PAGINA EDUCATIVA

ÁLGEBRA

EJERCICIOS DE MATRICES

1. Resolver la ecuación:

$$3x-2\left[\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 4\end{pmatrix}-x\right]=5\left[\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 3\end{pmatrix}-x\right]$$

a) $\begin{pmatrix}1{,}6 & 0{,}9\\ -0{,}3 & 2{,}3\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}1{,}7 & 1{,}9\\ -0{,}1 & 2{,}3\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}16 & 9\\ -3 & 23\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}0{,}6 & 1{,}9\\ -0{,}3 & -2{,}3\end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix}1{,}6 & 0{,}9\\ -0{,}3 & 1\end{pmatrix}$

2. Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}\ \text{ y }\ B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

y el sistema: $\begin{cases}x+2y=A\\ x-y=B\end{cases}$, hallar "x"

a) $\begin{pmatrix}4 & 7\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}\frac{4}{3} & \frac{7}{3}\\ \frac{1}{2} & 0\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}\frac{4}{3} & -\frac{7}{3}\\ 1 & \frac{5}{6}\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}\frac{4}{3} & \frac{7}{3}\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

3. Resolver el sistema de ecuaciones:

$$x+y=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}\ ;\ x-y=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$$

e indicar la matriz xy

a) $\begin{pmatrix}3/4 & -29\\ 1/4 & -15\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}3/4 & -29/4\\ 1/4 & -15/4\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}3 & -29/4\\ 1 & -15/4\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}1 & -23\\ 4 & 4\\ 0 & -4\end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix}3 & -29/8\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

4. Si. $\{a\,;b\,;c\,;d\}\subset$ □ y además:

$$\begin{pmatrix}a & 3 & 1\\ 1 & c & b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a & 2\\ 1 & b\\ d & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}d+12 & 29\\ 7d & d+21\end{pmatrix}$$

Calcular el valor de: $a+b+c+d$

a) 10 b) 11 c) –19

d) 13 e) 15

5. Calcular "$a+b+c$", sabiendo que la matriz:

$$A=\begin{bmatrix}c-12 & -\frac{b}{3} & a-16\\ 2b-15 & a+b-16 & c-28\\ 3a-12 & 16 & 0\end{bmatrix}$$

es antisimétrica

a) 30 b) 31 c) 14

d) 47 e) 2

6. Encuentre el determinante de:

$$A=\begin{vmatrix}\frac{1}{\sqrt{a}+1} & 1 & \frac{1}{\sqrt{a}-1}\\ \sqrt{a}+1 & 1 & \sqrt{a}-1\\ 1 & \sqrt{a} & 1\end{vmatrix}$$

a) $\frac{2a}{a-1}$ b) $\frac{a-1}{2a}$ c) $\frac{2a}{1-a}$

d) $\frac{1-a}{a}$ e) $\frac{a}{a-1}$

7. Sean las matrices: $A=\begin{pmatrix}2 & -5 & 1\\ 3 & 0 & -4\end{pmatrix}$

$$B=\begin{pmatrix}1 & -2 & -3\\ 0 & -1 & 5\end{pmatrix}\ ;\ C=\begin{pmatrix}0 & 1 & -2\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}$$

y $R=3A+4B-2C$

Determinar: "R_{23}"

a) 10 b) –12 c) 6

d) –6 e) –9

8. Calcule $\mathrm{Tra}\left[(A+B)^{-1}\right]$

Si: $A=\begin{pmatrix}5 & -3\\ -1 & 1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 4 & -1\end{pmatrix}$

a) $\frac{1}{18}$ b) 7 c) 18

d) $\frac{7}{18}$ e) $\frac{1}{5}$

9. Calcular la traza de la matriz: $(A+B)^2$

Si se verifica que: $A^2=B^2=I$

$$AB=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \; ; \; BA=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Siendo: "I" la matriz identidad de orden 2.

a) 4 b) 6 c) 8
d) 0 e) 12

BLOQUE II

1. Siendo $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

No es cierto que:

a) $A+B=B+A$
b) $A(A+B)=A^2+AB$
c) $A(A-B)=A^2-AB$
d) $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$
e) $(A+B)^2=A^2+B^2+AB+BA$

2. Marcar (V) o (F) según corresponda:

I. La matriz identidad es aquella matriz escalar en la cual todos los elementos de la diagonal principal son mayores o iguales a dos.
II. La traza de una matriz cuadrada es la suma de todos los elementos de la diagonal principal.
III. La matriz cuadrada triangular inferior es aquella en la que los elementos que están ubicados por debajo de la diagonal principal son iguales a cero.

a) FVF b) VFV c) FVV
d) VVF e) VVV

3. Calcular la suma de los elementos de la primera fila de la matriz: $A\cdot(2B-3C)$, donde:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix},$$

$$B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \text{ y } C=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

a) –2 b) 58 c) –58
d) 30 e) 2

4. Calcular: $a-b-c$, si:

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 11 & 4 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 5 & 21 \\ 15 & 14 \\ 8 & 19 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} c-21 & a \\ b & a-10 \\ c-15 & c \end{pmatrix}$$

a) 26 b) 28 c) 42
d) 54 e) –26

5. Hallar la traza de "$A^T\cdot B$", si:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \; ; \; B=\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$$

a) 11 b) 13 c) 28
d) 32 e) 36

6. Si la matriz A es una matriz triangular superior:

$$A=\begin{bmatrix} a+b & a-b & 2a-b \\ a+6 & 2a & 4b \\ b+3 & a+b+9 & 7a \end{bmatrix}, \text{ hallar: } a-b$$

a) 1 b) –3 c) 5
d) 7 e) –9

7. Sea: $D=\begin{pmatrix} a & 3x-3 & y \\ 0 & 6 & 0 \\ z+2 & y & c \end{pmatrix}$ una matriz diagonal, hallar: "$x+y+z$".

a) –1 b) 1 c) 0
d) 3 e) –2

8. Si el determinante de la matriz:

$A=\begin{bmatrix} 5 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & p \\ 8 & -2 & 4 \end{bmatrix}$; es 36, el valor de "p" será:

a) –10 b) 8 c) –8
d) 5 e) –5

9. Calcular el valor de "t", de modo que la matriz:

$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & t & 3 \\ 4 & 1 & -t \end{pmatrix}$, no tenga inversa:

a) 1 b) 2 y 1 c) –3 y –1
d) 4 y 2 e) 5

10. Dado: $\Delta_n^m=\begin{vmatrix} m\sqrt{2} & 2 \\ 3 & n\sqrt{3} \end{vmatrix}$

Hallar el valor de "k" si: $\Delta_2^1+\Delta_3^2+\Delta_4^3+2\Delta_1^0=k\Delta_1^4$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

11. Hallar el valor de "x" en:

$$\begin{vmatrix} 2+x & x & x \\ x & 3+x & x \\ x & x & 4+x \end{vmatrix}=0$$

a) $-\frac{12}{13}$ b) $-\frac{11}{3}$ c) $-\frac{9}{13}$
d) $\frac{8}{13}$ e) $\frac{11}{3}$

12. Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si todos los elementos de una fila (o columna) de una matriz cuadrada es cero, entonces, su determinante es cero.

II. Si dos filas (o columnas) no nulas de una matriz cuadrada son iguales, entonces su determinante es diferente a cero.

III. Si en una matriz cuadrada se intercambian dos filas (o columnas), entonces el determinante de la matriz resultante es igual al determinante de la matriz original, salvo el signo.

a) VVV b) VFV c) VVF
d) FVV e) FFF

13. Hallar la suma de todos los elementos de la diagonal principal de la matriz B, definida como:

$B = A + A^2 + A^3 + \cdots + A^n$; $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$

siendo: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) n b) 1 c) 0
d) 2n e) n^2

14. Si: $P(x) = 2x + 3$ y $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Encontrar la expresión $P(A^{-1})$. Dar la suma de su diagonal.

a) 13 b) –4 c) 2
d) 12 e) –2

15. Si se tiene que:

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, la matriz inversa A^{-1} viene a ser:

a) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$

16. Sea la matriz: $H = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

La traza de la matriz inversa de H, viene a ser:

a) 0,5 b) 1,25 c) 0,25
d) 1,5 e) 1

17. Si se verifica que:

$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Hallar: $D = (AB + BA)^n$

a) 2^n b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
d) $2^n \cdot I$ e) I

18. Hallar la matriz incógnita "X" de la ecuación:

$$A \cdot X \cdot B = C$$

siendo:

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Indicar la traza de "X":

a) 1 b) –1 c) 0
d) 3 e) –3

19. Sean las matrices:

$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$; $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Resolver: $\begin{cases} x - y = A \\ x + 2y = B \end{cases}$

Siendo x, y, A, B matrices tales que:
$A = MN$; $B = NM$.
Indique "x".

a) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{10}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{10}{3} \\ \frac{5}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{10}{3} \\ \frac{5}{3} & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{10}{3} \\ -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{10}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

20. Si se verifica que:

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 5 & a+b \\ c+d & 3 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -1 & 2d \end{pmatrix}$

y se cumple: $3A - B = C$

Evaluar: $J = \dfrac{4!}{a \cdot b \cdot c \cdot d}$

a) –1 b) 2 c) 1
d) –2 e) 3

21. Determine "$3b + a$". Si: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix}$

a) 13 b) 16 c) 5
d) 15 e) 19

22. Calcular la traza de "x" en la ecuación:

$$Ax = AB - Bx$$

Donde: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

a) –24 b) 0 c) 12
d) 14 e) –12

23. Sea la matriz: $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

Calcular: $H = A + 2A + 3A + 4A + \cdots + nA$
con "n" número natural, la suma de los elementos de ""H" es:

a) –2 b) –4 c) 0
d) 6 e) –6

24. Si: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} m & * & * \\ * & n & * \\ * & * & p \end{pmatrix}$

Calcular: $"m + n - p"$

a) 4 b) 5 c) 3
d) –8 e) 8

25. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las operaciones con matrices que a continuación se muestran:

I. $\begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & 3 & 5 \\ 6 & -7 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 4 \\ 9 & -3 & 8 \end{pmatrix}$

II. $2 \cdot \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 6 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$

III. Si : $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -3 \\ 8 & -5 & 6 \end{pmatrix} \wedge \alpha = -\dfrac{1}{2}$

Entonces: $A \cdot \alpha = \begin{pmatrix} \dfrac{5}{2} & -1 & \dfrac{3}{2} \\ -4 & \dfrac{5}{2} & -3 \end{pmatrix}$

a) FVF b) FFV c) FFF
d) VFV e) VVV

26. Si A es una matriz de orden: $(m-1) \times n$ y B es una matriz de orden: $p \times 5$. Hallar "m" para que exista la matriz: $B \cdot A$

a) 2 b) 6 c) 3
d) 4 e) 5

27. Sea A una matriz de orden 7 tal que: $|A^{-3}| = 64$; luego el valor de: $|A^2|$, es:

a) 16 b) 4 c) 1/16
d) 1/4 e) 8

28. Si: $\dfrac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} a & 6m-2 \\ b & 26n \\ c & 30p \end{bmatrix} = -13 \cdot \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 8 & 3 \\ 1 & -160 \end{bmatrix}$,

calcular: a, b, c, m, n, p ; indicando el mayor de ellos.

a) –104 b) 104 c) 78
d) –70 e) 113

29. Acerca de las propiedades de la matriz inversa, indicar (V) o (F).

I. $(x+7)^2 + y^2 = 45 \rightarrow |A|^{-1} = \dfrac{1}{|A|}$

II. $(A^{-1})^{-1} = A$

III. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 45 \rightarrow (AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

a) FVF b) VVV c) FFV
d) FVV e) FFF

30. Cuál ó cuales de las proposiciones siguientes son falsas:

I. La multiplicación de matrices está definida en tanto el número de filas de la primera matriz es igual al número de columnas de la segunda matriz.
II. Sean A y B dos matrices tales que $A \cdot B = 0$. Entonces $A = 0$ ó $B = 0$.
III. Toda matriz diagonal es matriz escalar.
IV. Toda matriz cuadrada tiene inversa.

a) Todas b) I $\wedge$ II c) III $\wedge$ IV
d) III e) II $\wedge$ III

31. La tabla de verdad de las siguientes proposiciones es:

I. Toda matriz tiene determinante.
II. El determinante es un arreglo rectangular cuyos elementos son números reales.
III. Si el determinante de la matriz cuadrada "A" es cero, entonces la matriz A es la matriz cero.
IV. El determinante de una matriz triangular superior es igual al producto de todos los elementos de la diagonal principal.

a) VVFV b) FFVF c) VFFF
d) FFFV e) VFVV

32. Cuántas de las siguientes proposiciones son falsas.

I. La transpuesta de una matriz triangular superior es una matriz triangular inferior.
II. Los elementos de la diagonal principal de la matriz antisimétrica son todos iguales a cero.
III. Toda matriz diagonal es simétrica
IV. Si A es una matriz cuadrada singular, entonces tiene inversa.

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

33. Qué afirmaciones son siempre verdaderas:

I. Si: $AB = AC \Rightarrow B = C$

II. Si: $AB = 0 \quad \Rightarrow A = 0 \vee B = 0$

III. Si: El determinante de "A" es no nulo, entonces A tiene inversa.

Nota: A, B y C son matrices cuadradas:

a) Todas b) I c) II

d) III e) $II \wedge III$

34. Cuántas de las proposiciones siguientes son verdaderas.

I. El producto de dos matrices existe si el número de filas de la primera matriz es igual al número de columnas de la segunda matriz.

II. La suma de dos matrices escalares del mismo orden es una matriz escalar.

III. La operación de multiplicación de matrices cumple con la propiedad conmutativa.

IV. Si A es una matriz cuadrada y B es otra matriz cuadrada, entonces el producto AB existe.

a) 0 b) 1 c) 2

d) 3 e) 4

35. Si:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Entonces $A^5 B^7$ es igual a:

a) $(AB)^{-1}$ b) AB c) $A^{-1}B$

d) AB^{-1} e) ϕ

36. Decir el valor de verdad:

I. Si $A^2 = I$ entonces $(I - A)(I + A) = 0$

II. Si $A = (a_{ij})_{m \times n}$ y $B = A + I$ entonces A y B c onmutables.

III. Si A y B son matrices de orden "n".

$AB = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ó $B = 0$

a) VVV b) VFV c) VVF

d) FFF e) FVF

37. Calcular el siguiente determinante

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 22 \\ 1 & 0 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 16 & 0 \end{vmatrix}$$

a) 16 b) 8 c) 24

d) –16 e) 0

38. Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 11 tales que $AB = \varnothing$ donde además $a_{(10)3} \cdot b_{5(11)} = 10$.

Calcule: $\det(A + A^2) + \det(B + B^2)$

a) 1 b) 11 c) 10^{11}

d) 0 e) 11^{16}