



EJERCICIOS DE ESFERAS

1. Calcular el volumen de la esfera inscrita en un cilindro equilátero de $54\pi u^3$ de volumen.

- a) 45π b) 48π c) 54π
 d) 60π e) 36π

2. Dada una esfera de radio R y desde un punto exterior, se trazan tres rectas tangentes formándose un triedro trirectángulo. Hallar el segmento de tangente determinado en cada recta.

- a) $\frac{R\sqrt{3}}{6}$ b) $\frac{R\sqrt{6}}{3}$ c) $\frac{R\sqrt{6}}{2}$
 d) $\frac{R\sqrt{3}}{3}$ e) $\frac{R\sqrt{2}}{2}$

3. Calcular el área total del sólido generado al girar la región de un cuadrante alrededor de uno de sus radios en un ángulo de 18° ; si el radio de dicho cuadrante mide 3 unidades.

- a) $6\pi u^2$ b) $\frac{117}{20}\pi$ c) 9π
 d) $\frac{75}{11}\pi$ e) 12π

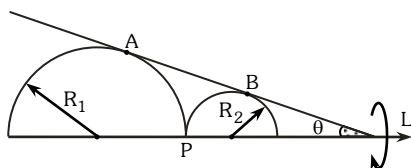
4. En una esfera de $4\sqrt{3}\pi u^3$ de volumen, se traza un plano secante a una distancia del centro igual a la mitad del radio. Calcular el área del mayor casquete esférico determinado.

- a) $7\pi u^3$ b) 8π c) 9π
 d) 10π e) 11π

5. Se tiene el prisma recto ABC-EFG; donde los vértices A, B y C pertenecen a una superficie esférica, las caras laterales intersectan a dicha superficie, si la distancia de F a la superficie esférica es 2 u. Calcular la suma de las distancias de E y G a dicha superficie esférica.

- a) 2 u b) 3 c) 4
 d) 8 e) 6

6. Hallar la relación entre las áreas de las superficies generadas por los arcos AP y PB. Siendo A, B y P puntos de tangencia ($\theta = 30^\circ$)



- a) 3 b) 2 c) $\frac{3}{2}$
 d) $\frac{5}{2}$ e) 1

7. Calcular el volumen de un cono equilátero inscrito en una esfera de radio $R=2m$.

- a) πm^3 b) $2\pi m^3$ c) $3\pi m^3$
 d) $4\pi m^3$ e) $5\pi m^3$

8. El desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución es un semicírculo de radio $R=2m$. Calcular el volumen del sólido.

- a) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}m^3$ b) $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}m^3$ c) $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}m^3$
 d) $\frac{\pi\sqrt{5}}{2}m^3$ e) $\pi\sqrt{2}m^3$

9. Hallar el volumen de un tronco de cono de revolución, sabiendo que los radios de sus bases son: a y 3a y el área de su superficie lateral es igual a la suma de las áreas de sus bases.

- a) $3,5\pi a^3$ b) $4,5\pi a^3$ c) $5,5\pi a^3$
 d) $6,5\pi a^3$ e) $7\pi a^3$

10. En un cono de revolución de 4m de altura y 3m de radio base. ¿A qué distancia del vértice debe trazarse un plano paralelo a la base para que el área total del cono parcial sea igual al área lateral del primer cono?.

- a) 3,14m b) 3,16m c) 4,5m
 d) 4m e) 5m

11. Hallar el volumen del cono de revolución sabiendo que el desarrollo de área lateral es un semicírculo de área $18\pi m^2$.

- a) $3\pi\sqrt{3}m^3$ b) $5\pi\sqrt{3}m^3$ c) $9\pi\sqrt{3}m^3$
 d) $12\pi\sqrt{3}m^3$ e) $15\pi\sqrt{3}m^3$

12. En un cono de revolución de radio 1, se traza en el punto medio M de una generatriz su mediatriz, que intersecta a la prolongación del diámetro de la base que pasa por el extremo de dicha generatriz en el punto P. Hallar el producto del área lateral por el volumen. Si: $MP=6$.

- a) π^2 b) $2\pi^2$ c) $3\pi^2$
 d) $4\pi^2$ e) $5\pi^2$

13. El desarrollo del área lateral de un cono equilátero es un sector circular de:

- a) 90° b) 120° c) 180°
 d) 270° e) N.A.

7. Una alumna de 6m de altura está formada de un cilindro que remata en cono truncado, cuya altura es el duplo de la del cilindro. El radio de la base superior del tronco de cono es de 5/6 del de la base inferior que es el del cilindro. Calcular la longitud del radio de la base del cilindro siendo el volumen de la columna 580 m^3 .

- a) $6\sqrt{\frac{6}{\pi}} \text{ m}$ b) $5\sqrt{\frac{5}{\pi}} \text{ m}$ c) $3\sqrt{\frac{3}{\pi}} \text{ m}$
d) $2\sqrt{\frac{2}{\pi}} \text{ m}$ e) $7\sqrt{\frac{7}{\pi}} \text{ m}$

8. Un cono circular recto y un cilindro tienen los diámetros de sus bases y sus alturas iguales al diámetro de una esfera. Si la suma de sus tres volúmenes es $314,16 \text{ m}^3$. Cuál es el volumen del cilindro.

- a) $10 \pi \text{ m}^3$ b) $20 \pi \text{ m}^3$ c) $30 \pi \text{ m}^3$
d) $40 \pi \text{ m}^3$ e) $50 \pi \text{ m}^3$

9. Una esfera de radio $R = 1/\sqrt{\pi}$ se intersecta por un plano. Hallar el área de la sección producida si el área del casquete menor es 2.

- a) $1 \mu^2$ b) $1,5 \mu^2$ c) $2,5 \mu^2$
d) $3 \mu^2$ e) $3,5 \mu^2$

10. En una esfera las cuerdas \overline{AB} y \overline{CD} son perpendiculares en F. Hallar el área de la esfera. Si: $CF=1\text{m}$; $AF=3\text{m}$ y $FB=7\text{m}$.

- a) $100 \pi \text{ m}^2$ b) $200 \pi \text{ m}^2$
c) $300 \pi \text{ m}^2$ d) $400 \pi \text{ m}^2$ e) $500 \pi \text{ m}^2$

11. Una esfera se proyecta sobre un plano, el área de la proyección es $3,15 \text{ m}^2$. Hallar el área de la esfera.

- a) $8,4 \text{ m}^2$ b) $10,4 \text{ m}^2$ c) $12,6 \text{ m}^2$
d) $14,4 \text{ m}^2$ e) 16 m^2

12. Hallar el área de la esfera circunscrita a un cubo, si el área de la esfera inscrita es 60 m^2 .

- a) 100 m^2 b) 120 m^2 c) 150 m^2
d) 180 m^2 e) 200 m^2

13. Una esfera de centro "O" se encuentra inscrita en un ángulo diedro \overline{AB} de 60° .

Si: $BO = 2\sqrt{3} \text{ m}$ y el ángulo ABO mide 30°
Calcular el volumen de la esfera.

- a) $\sqrt{3}\pi \text{ m}^3$ b) $\frac{\sqrt{3}\pi}{2} \text{ m}^2$
c) $2\sqrt{2}\pi \text{ m}^2$ d) $\sqrt{5}\pi \text{ m}^3$
e) $\frac{\sqrt{3}\pi}{3} \text{ m}^2$

14. Se tiene una zona esférica equivalente a un huso esférico (en la misma esfera de radio R), la activa de la zona $R/4$. Hallar la medida del ángulo del huso esférico.

- a) 30° b) 37° c) 45°
d) 53° e) 60°

15. Un cuadrante de círculo AOB cuyos radios AO y OB miden 6 m, gira 3° alrededor de \overline{OA} . Hallar el área generado por el arco AB.

- a) $\frac{2\pi}{3}$ b) $\frac{3\pi}{4}$ c) $\frac{4\pi}{3}$
d) $\frac{3\pi}{5}$ e) π

16. Se tiene un casquete esférico de 2m^2 de área y el radio de su esfera es $1/\sqrt{\pi} \text{ m}$. Hallar el volumen de su segmento esférico limitado por el casquete.

- a) $\frac{2\sqrt{\pi}}{3\pi} \text{ m}^3$ b) $\frac{3\sqrt{\pi}}{2\pi} \text{ m}^3$ c) $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi} \text{ m}^3$
d) $\frac{3\sqrt{x}}{\pi} \text{ m}^3$ e) $\pi\sqrt{\pi} \text{ m}^3$

17. Las aristas de un tetraedro regular de "a" metros son tangentes a una misma esfera. Hallar el volumen de los segmentos esféricos de una base que se determinan (son exteriores al tetraedro en cada cara)

- a) $\frac{\pi a^2}{432} (9\sqrt{2} - 4\sqrt{3})$ b) $\frac{\pi a^3}{464} (7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$
c) $\frac{\pi a^3}{360} (5\sqrt{2} - \sqrt{3})$ d) $\frac{\pi a^3}{12} \sqrt{7}$
e) $\frac{\pi a^3}{360} (5\sqrt{2} - \sqrt{7})$

18. El área total de un segmento esférico es $11\pi \text{ m}^2$. Hallar la longitud del radio de la base mayor sabiendo que la diferencia entre las longitudes de los radios de las bases es de 1m, la altura del segmento es 1m y el radio de la esfera a que pertenece dicho segmento mide 3m.

- a) 1m b) 2m c) 2,5m
d) 3m e) 4m

19. Una semicircunferencia de radio cuya longitud es $(2/\pi) \text{ m}$ gira alrededor de su diámetro un ángulo de $(4\pi)^\circ$; calcular el área de huso esférico determinado.

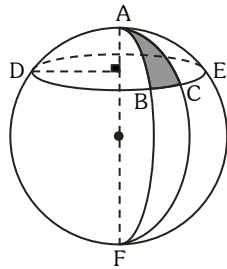
- a) $\frac{8}{45} \text{ m}^2$ b) $\frac{7}{36} \text{ m}^2$ c) $\frac{9}{48} \text{ m}^2$
d) $0,5 \text{ m}^2$ e) $0,2 \text{ m}^2$

20. Calcular el área del casquete esférico que produce un plano secante de una esfera de 60m^2 de área trazada a una distancia del centro igual a la mitad de la longitud del radio.

- a) 12 m^2 b) 15 m^2 c) 10 m^2
d) $7,5 \text{ m}^2$ e) 20 m^2

21. Hallar el área de la superficie del triángulo esférico ABC en el casquete esférico. Si la longitud del radio de la esfera es 2m; longitud de la circunferencia DBE, 10m; la medida del diedro que forman los círculos máximos ABF y ACF es 26° . $\pi = 3,14$.

- a) $0,716 \text{ m}^2$
 b) $0,241 \text{ m}^2$
 c) $1,64 \text{ m}^2$
 d) 1 m^2
 e) $0,846 \text{ m}^2$



22. Un plano secante a una esfera determina un círculo de diámetro \overline{AB} , sobre \overline{AB} se toma un punto F por el cual se levanta una perpendicular al círculo hasta intersectar a la superficie esférica en un punto E. Hallar el área del casquete sobre el cual se encuentra el punto E. Si: $AF=3\text{m}$; $FE=1\text{m}$; $FB=7\text{m}$ y $\angle AEB < 180^\circ$.

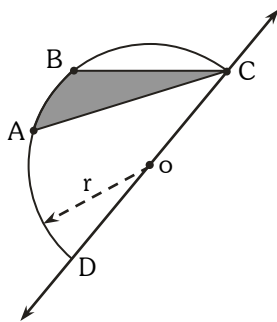
- a) $10\pi(5-2\sqrt{5})\text{m}^2$ b) $20\pi(5-2\sqrt{5})\text{m}^2$
 c) $30\pi(5-2\sqrt{5})\text{m}^2$ d) $40\pi(5-2\sqrt{5})\text{m}^2$
 e) $50\pi(5-2\sqrt{5})\text{m}^2$

23. Hallar el volumen del "toro" que se genera al girar un círculo de radio $R=2\text{m}$ alrededor de un eje coplanar, distante a una longitud igual al diámetro del centro.

- a) $12\pi^2$ b) $24\pi^2$ c) $36\pi^2$
 d) $32\pi^2$ e) $22\pi^2$

24. En la figura mostrada. Si: $\angle A = 30^\circ$ y $\angle B = 90^\circ$. Hallar el área de la superficie que genera el perímetro de la región sombreada al girar una vuelta, alrededor del diámetro \overline{CD} .

- a) $\frac{R^2}{2}(5\pi + \sqrt{2})$
 b) $\frac{R^2}{2}(5\pi + 2\sqrt{2})$
 c) $\frac{R^2}{2}(5\pi + 3\sqrt{2})$
 d) $\frac{R^2}{2}(7\pi + 3\sqrt{2})$
 e) $\frac{R^2}{2}(\pi + \sqrt{2})$



25. Cuatro esferas del mismo radio de longitud r están en un plano, de manera que están en contacto una con otra. Una quinta esfera del mismo radio se coloca sobre ellas en el centro.

Hallar la distancia entre el punto superior de la quinta esfera y el plano

- a) $r\sqrt{3}$ b) $r(\sqrt{3}+1)$ c) $r\sqrt{2}$
 d) $r(\sqrt{2}-1)$ e) $r\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)$

26. Calcular el volumen de una cuña esférica, siendo su ángulo de 18° y su área total es $3,768 \text{ m}^2$.

- a) $\frac{\pi}{15} \text{ m}^3$ b) $\frac{\pi}{13} \text{ m}^3$ c) $\frac{\pi}{9} \text{ m}^3$
 d) $\frac{\pi}{17} \text{ m}^3$ e) $\frac{\pi}{7} \text{ m}^3$

27. Calcular el área de la base de un segmento esférico cuyo casquete es de 2m^2 de superficie, correspondiente a una esfera cuyo radio mide $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{ m}$.

- a) 1 m^2 b) 2 m^2 c) 3 m^2
 d) 4 m^2 e) 5 m^2

28. En un cono se encuentran inscritas dos esferas de 1m y 3m de radio, además ellas son entre sí tangentes exteriormente. Calcular el volumen del cono.

- a) $47\pi \text{ m}^3$ b) $54\pi \text{ m}^3$ c) $64\pi \text{ m}^3$
 d) $81\pi \text{ m}^3$ e) $96\pi \text{ m}^3$

29. El radio de la base de un cono circular recto es igual a R y su altura mide H. Cuál de los cilindros inscritos en este cono tiene la mayor superficie lateral. Hallar dicha superficie lateral.

- a) πRH b) $2\pi RH$ c) $\frac{3\pi RH}{2}$
 d) $\frac{\pi RH}{2}$ e) $\frac{\pi RH}{3}$

30. ¿A qué distancia del centro debemos intersectar a una esfera con un plano secante de radio R para que el volumen del segmento menor esté, respecto al volumen del sector correspondiente, en la relación de 5 a 8?

- a) $\frac{5R}{2}$ b) $\frac{3R}{2}$ c) $\frac{R}{4}$
 d) $\frac{3R}{4}$ e) $\frac{R}{2}$

31. Un sector esférico y una uña cilíndrica tienen los mismos radios y las mismas alturas. Cuántas veces el volumen del sector esférico es el volumen de la uña cilíndrica.

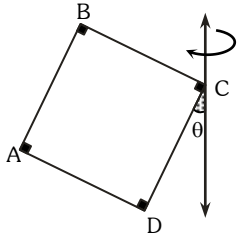
- a) π b) $\sqrt{\pi}$ c) $\sqrt[3]{\pi}$
 d) $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ e) 1

32. Si la altura de un tonel mide 6m, los radios de las bases miden 2m y su volumen es $16\pi \text{ m}^3$. Calcular el área de su sección media.

- a) $\pi \text{ m}^2$ b) $2\pi \text{ m}^2$ c) $3\pi \text{ m}^2$
 d) $4\pi \text{ m}^2$ e) $5\pi \text{ m}^2$

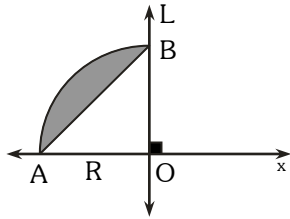
33. Calcular el volumen que genera el cuadrado de lado cuya longitud es $\sqrt{6} u$, al girar 360° alrededor del eje: $\theta = 15^\circ$.

- a) $12\pi u^3$
- b) 14π
- e) 16π
- d) 18π
- e) 20π



34. Hallar el volumen del sólido generado por el segmento circular, cuando gira 360° alrededor de la recta "L" y $R = 2 u$.

- a) 8π
- b) 4π
- c) $\frac{8}{3}\pi$
- d) 3π
- e) $\frac{8}{5}\pi$



35. Hallar el volumen de una cuña esférica de 30° , si su área total es 12π .

- a) π
- b) 2π
- c) 3π
- d) 4π
- e) 5π