



EJERCICIOS DE AREAS DE REGIONES SOMBREADAS

1. Las distancias de un punto interior de un triángulo equilátero a sus lados son 2,5; 1; 0,5. Hallar el área de la región de dicho triángulo.

- a) 4 b) 6 c) 8
 d) $6\sqrt{3}$ e) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$

2. Encontrar el área de la región de un trapecio isósceles, su diagonal mide 10 y su altura mide 8.

- a) 45 b) 36 c) 40
 d) 48 e) 50

3. En un triángulo ABC se traza su mediana \overline{BM} , luego se trazan \overline{AE} y \overline{MF} perpendiculares a \overline{BM} y \overline{BC} de modo que $AE = 8\sqrt{3}$, $MF = 6$ y $m\angle MBC = 30^\circ$. Hallar el área de la región triangular MFC.

- a) $20\sqrt{3}$ b) $35\sqrt{3}$ c) $30\sqrt{3}$
 d) $25\sqrt{3}$ e) $36\sqrt{3}$

4. En un triángulo rectángulo la altura relativa a la hipotenusa mide 2m y la longitud de la hipotenusa es $\frac{5}{4}$ de uno de los catetos. ¿Cuál es el área de su región triangular?

- a) $\frac{25}{6}m^2$ b) $12m^2$ c) $\frac{27}{5}m^2$
 d) $5m^2$ e) $\frac{32}{5}m^2$

5. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, por C se levanta una perpendicular a \overline{AC} y en ella se ubica el punto P tal que $AC=CP$. Si $BC=10$, calcular el área de la región triangular BPC

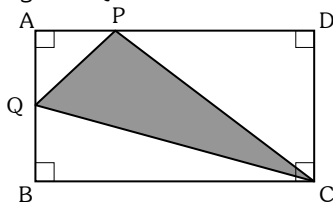
- a) 25 b) 50 c) 75
 d) 80 e) 100

6. En un triángulo ABC, $m\angle B=90$, $AB=2$ y $BC=3$, se construyen exteriormente los cuadrados ABMN y ACPQ. Calcular el área de la región triangular ANQ

- a) 3 b) 4 c) 6
 d) 8 e) 12

7. Si $AB=7$, $AD=8$, $AP=2$ y $AQ=3$. Calcular el área de la región triangular PQC

- a) 13
 b) 16
 c) 18
 d) 20
 e) 24



8. En un triángulo ABC, $AB=13$, $BC=15$ y $AC=14$, si E es el excentro relativo al lado \overline{BC} . Calcular el área de la región triangular ACE

- a) 72 b) 84 c) 98
 d) 100 e) 112

9. Calcular el inradio de un triángulo cuyos lados miden 13; 14 y 15

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

10. Calcular el circunradio de un triángulo cuyos lados miden 5, 7 y 8

- a) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{6}{\sqrt{3}}$
 d) $\frac{7}{\sqrt{3}}$ e) $\frac{8}{\sqrt{3}}$

11. Determinar el área de la región triangular correspondiente a un triángulo equilátero cuyo inradio mide 2.

- a) $4\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{3}$ c) $8\sqrt{3}$
 d) $12\sqrt{3}$ e) $24\sqrt{3}$

12. En un triángulo rectángulo ABC la circunferencia inscrita determina sobre los catetos \overline{AB} y \overline{BC} los puntos E y F respectivamente. Si $AE=8$ y $FC=10$. Calcular el área de la región triangular ABC

- a) 40 b) 50 c) 60
 d) 80 e) 120

13. En un triángulo rectángulo el inradio y circunradio miden 3 y 8,5 respectivamente. Calcular el área de su región triangular.

- a) 28 b) 46 c) 60
 d) 64 e) 70

14. En un triángulo isósceles ABC ($AB=BC$), la altura \overline{BH} mide 8 y su perímetro es 32. Calcular el área de la región triangular ABC

- a) 48 b) 54 c) 62
 d) 126 e) 142

15. En un triángulo ABC, $m\angle A=2m\angle C$, $AB=5$ y $AC=11$. Calcular el área de la región triangular ABC

- a) 11 b) 15 c) 22
 d) 24 e) 32

16. En un triángulo isósceles ADE sobre la base DE se construye un rectángulo DEFG, si GF corta a AD y AE en los puntos B y C; hallar el área del triángulo ABC. Si el área del triángulo ADE es equivalente al rectángulo; DF=5m, EF=2m.

- a) $\frac{\sqrt{21}}{2}m^2$ b) $3m^2$ c) $5m^2$
 d) $\frac{\sqrt{23}}{2}m^2$ e) $\frac{\sqrt{27}}{2}m^2$

17. En un triángulo ABC se conocen dos lados que se diferencian en 6m si al lado mayor se le prolonga 1m y al lado menor se le prolonga 2m entonces el área del triángulo ABC se incrementa en un 20%. Hallar los lados mencionados del triángulo.

- a) 2m y 4m b) 6m y 8m
 c) 10m y 12m d) 14m y 20m
 e) 16m y 22m

18. En un triángulo ABC, la distancia del incentro al baricentro es paralelo al lado AC, si el ex-radio relativo a AC mide 8m; calcular el inradio del triángulo ABC.

- a) $8/3$ m b) $8/5$ m c) $8/7$ m
 d) $9/5$ m e) $9/7$ m

19. La circunferencia inscrita en un triángulo ABC; $B=60^\circ$ corta al lado AC en T si $AT=4m$ y $TC=6m$. Hallar el área del triángulo ABC.

- a) $4\sqrt{3}m^2$ b) $8\sqrt{3}m^2$ c) $5\sqrt{3}m^2$
 d) $18\sqrt{3}m^2$ e) $24\sqrt{3}m^2$

20. En el triángulo ABC, $AB=4$; $BC=5$; $AC=6$ se traza la mediana \overline{BM} y la bisectriz \overline{AD} ("D" en \overline{BC}). \overline{AD} y \overline{BM} se intersectan en "P"

calcular: S_{BPD}

- a) $3\frac{\sqrt{7}}{6}$ b) $3\frac{\sqrt{7}}{7}$ c) $3\frac{\sqrt{7}}{8}$
 d) $4\frac{\sqrt{7}}{9}$ e) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

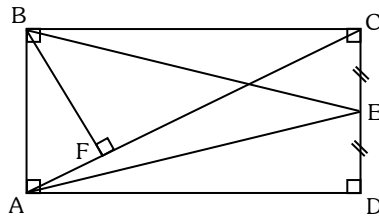
21. En un triángulo ABC de incentro "I" las prolongaciones de \overline{AI} y \overline{CI} intersectan a la circunferencia circunscrita en los puntos "P" y "Q" tal que : $S_{PIQ} = S_{AIC}$. Calcular la medida del arco que no contiene a "B"

- a) 50 b) 80 c) 100
 d) 150 e) 120

22. En un triángulo ABC, $m\angle B=90^\circ$; se construyen exteriormente los triángulos equiláteros ABD y BCE. Las prolongaciones de \overline{EC} y \overline{DA} se intersectan en "G". La prolongación de \overline{GB} intersecta a \overline{DE} en "H". Si $BG=a$; $BH=b$; calcular S_{ABC}

- a) $\frac{ab}{2}$ b) $\frac{ab\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{ab\sqrt{3}}{2}$
 d) $\frac{ab\sqrt{2}}{3}$ e) $\frac{ab\sqrt{3}}{6}$

23. Calcular el área de la región sombreada, $AF = a$, $FC = b$.



- a) $\left(\frac{a+b}{6}\right)\sqrt{a \cdot b}$ b) $\left(\frac{a+b}{3}\right)\sqrt{a \cdot b}$
 c) $\frac{2ab}{3}$ d) $\frac{5ab}{4}$
 e) $\left(\frac{2a+b}{6}\right)\sqrt{a \cdot b}$

24. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, la prolongación de la bisectriz interior \overline{BD} corta a la circunferencia circunscrita en E. Hallar el área de la región triangular ABC, si $BD = 4$ y $DE = 6$.

- a) 25 b) 24 c) 12
 d) 14 e) 20

25. El lado de un hexágono regular mide 9. Determinar el lado de otro hexágono regular cuya área de su región es igual a $4/9$ del área de la región del primer hexágono.

- a) 5 b) 4 c) 6
 d) 8 e) 10

26. Los lados de un cuadrilátero ABCD inscrito en una circunferencia miden $AB = 3$, $BC = 2$, $CD = 4$, $AD = 5$. Hallar el área de la región triangular ABD.

- a) $\frac{31\sqrt{31}}{23}$ b) $\frac{40}{23}\sqrt{30}$ c) $\frac{33}{23}\sqrt{30}$
 d) $\frac{31}{23}\sqrt{30}$ e) $\frac{30\sqrt{30}}{23}$

27. En un triángulo ABC las cevianas interiores \overline{AE} y \overline{BD} se cortan en F de modo que $\frac{BE}{EC} = \frac{3}{2}$, $\frac{AD}{DC} = \frac{2}{3}$. Hallar la relación de las áreas de las regiones ABF y DFEC.

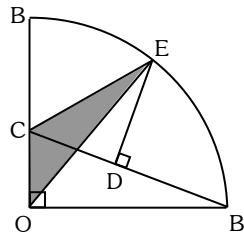
- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 1,5

28. Determinar el área de la región de un triángulo equilátero en el cual su altura mide "h".

- a) $2h^2$ b) $3h^2$ c) $6h^2$
 d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}h^2$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}h^2$

29. Encontrar el área de la región sombreada, si $CD=DA=DE$, $AO=OB=\sqrt{2}+1$

- a) $\frac{\sqrt{2}+1}{4}$
- b) $\frac{\sqrt{2}+2}{4}$
- c) $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$
- d) $\frac{3\sqrt{2}+1}{4}$
- e) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$



30. Calcular el área de la región de un paralelogramo, uno de sus ángulos interiores mide 60° , y las proyecciones de sus diagonales sobre uno de sus lados miden 4 y 12.

- a) $32\sqrt{3}$
- b) 16
- c) $16\sqrt{3}$
- d) 64
- e) $18\sqrt{3}$

BLOQUE II

1. En un triángulo ABC, $3(AB)=2(BC)$ se traza la bisectriz interior \overline{BD} y se ubican los baricentros G_1 y G_2 de los triángulos ABD y BDC respectivamente. Calcular la razón de áreas de las regiones triangulares AG_1B y BG_2C .

- a) $\frac{4}{9}$
- b) $\frac{2}{9}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{2}{3}$
- e) 1

2. En el lado \overline{AC} de un triángulo ABC, se ubica el punto N y por dicho punto se trazan rectas paralelas a \overline{AB} y \overline{BC} , que intersecan en M y L a \overline{BC} y \overline{AB} respectivamente. Calcular el área de la región cuadrangular MNLB, si las áreas de las regiones triangulares ALN y NMC son $4m^2$ y $9m^2$ respectivamente.

- a) $13m^2$
- b) $36m^2$
- c) $18m^2$
- d) $12m^2$
- e) $25m^2$

3. Se tiene un paralelogramo ABCD, en el cual se ubican los puntos medios M y N de \overline{BC} y \overline{CD} respectivamente, de modo que $\overline{BN} \cap \overline{MD} = \{L\}$. Si el área de la región cuadrangular ABCD es $72\mu^2$, calcular el área de la región cuadrangular ABLD.

- a) $36\mu^2$
- b) $42\mu^2$
- c) $64\mu^2$
- d) $48\mu^2$
- e) $56\mu^2$

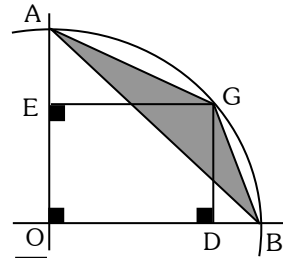
4. Se tiene un cuadrilátero ABCD, en el cual $AD = 8\mu$; se traza $\overline{CH} \perp \overline{AD}$ (H en la prolongación de \overline{AD}), tal que $CH = 3\mu$ y $m\angle BAD = m\angle CDH$. Calcular el área de la región triangular BCD.

- a) $24\mu^2$
- b) $6\mu^2$
- c) $12\mu^2$
- d) $16\mu^2$
- e) $32\mu^2$

5. En el cuadrante AOB. Si:

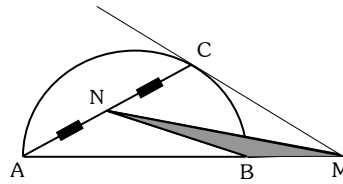
$AE = 2BD = 2m$. Hallar el área de la región triangular AGB.

- a) $4m^2$
- b) $10m^2$
- c) $7m^2$
- d) $4,5m^2$
- e) $5m^2$



6. En la figura \overline{AB} es diámetro; $AN = NC$; $AB = 30$ y $CM = 20$. Hallar el área de la región triangular BNM.

- a) $10\mu^2$
- b) $15\mu^2$
- c) $20\mu^2$
- d) $25\mu^2$
- e) $30\mu^2$



7. En un triángulo ABC, si R y r son las longitudes de su circunradio y de su inradio respectivamente, además a, b y c son longitudes de sus lados. Hallar el valor de:

$$(a+b+c)^2 - 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

- a) $2R(2R-r)$
- b) $4R(4R+r)$
- c) $4r(2R+r)$
- d) $4r(4R+r)$
- e) $4r(4R-r)$

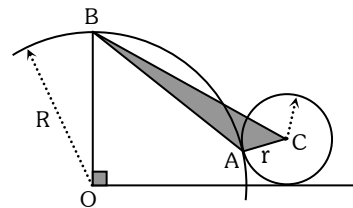
8. En un triángulo ABC, si R_a , R_b y R_c son las longitudes de sus exradios, además R y r son las longitudes de su circunradio y de su inradio respectivamente.

Hallar: $\frac{aR_a + bR_b + cR_c}{a+b+c}$

Siendo a, b y c las longitudes de los lados del triángulo.

- a) $R+r$
- b) $R-r$
- c) $2R+r$
- d) $2R-r$
- e) $\sqrt{2Rr}$

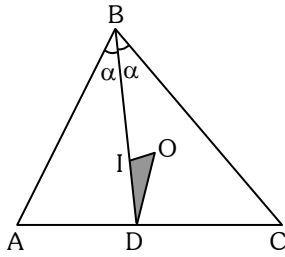
9. En la figura mostrada, calcular el área de la región triangular ABC.



- a) $\frac{R \cdot r \cdot \sqrt{R(R+2r)}}{2(R+r)}$
- b) $\frac{R \cdot r \cdot \sqrt{R-r}}{R-r}$
- c) $\frac{R \cdot r \cdot \sqrt{R(R-r)}}{2(R+r)}$
- d) $\frac{R \cdot r \cdot \sqrt{3R-r}}{R-r}$
- e) $\frac{R \cdot r}{4}$

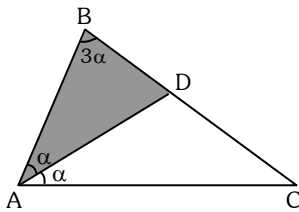
10. En la figura mostrada, si se conoce que $AB = 6$ m ; $BC = 8$ m y $AC = 7$ m, donde "I" es incentro y "O" es circuncentro. Calcular el área de la región triangular DIO.

- a) $\frac{4\sqrt{15}}{11} \text{ m}^2$
- b) $\frac{3\sqrt{13}}{13} \text{ m}^2$
- c) $\frac{4\sqrt{15}}{15} \text{ m}^2$
- d) $\sqrt{15} \text{ m}^2$
- e) 1 m^2



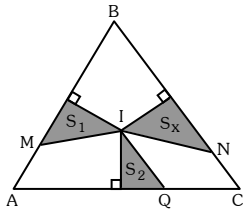
11. En la figura mostrada si $CD = 2BD = 2\sqrt{3}$ m . Calcular el área de la región triangular ABD.

- a) $\sqrt{3} \text{ m}^2$
- b) $1,5\sqrt{3} \text{ m}^2$
- c) $2\sqrt{3} \text{ m}^2$
- d) $2,5\sqrt{3} \text{ m}^2$
- e) 3 m^2



12. En la figura mostrada, si M, N y Q son los puntos de tangencia de las tres circunferencias ex-inscritas al triángulo ABC, además I es el incentro de dicho triángulo. Calcular S_x , siendo: $S_1 + S_2 = 8 \text{ m}^2$, además ($b > a > c$).

- a) 4 m^2
- b) 6 m^2
- c) 12 m^2
- d) 8 m^2
- e) 16 m^2

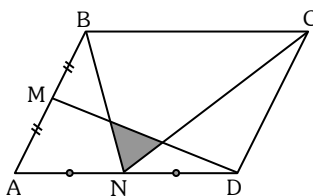


13. Las longitudes respectivas de los tres lados de un triángulo son tres números enteros que son términos consecutivos de una progresión aritmética. Se sabe que el menor de los lados es menor que el cuádruplo de la razón y que el área expresada en metros cuadrados es también un número entero que excede e 48 unidades a la longitud del perímetro expresada en metros. Se pide calcular el área del triángulo.

- a) 64 m^2
- b) 75 m^2
- c) 78 m^2
- d) 84 m^2
- e) 96 m^2

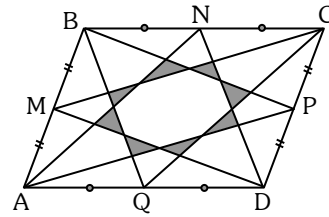
14. En la figura mostrada, si se conoce que ABCD es un romboide; cuya área de su región romboidal es 30 m^2 . Calcular el área de la región sombreada.

- a) 1 m^2
- b) $0,5 \text{ m}^2$
- c) 2 m^2
- d) 3 m^2
- e) 5 m^2



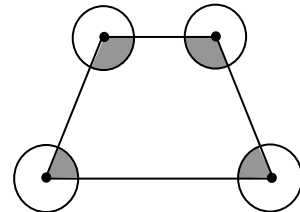
15. En la figura mostrada si se conoce que ABCD es un romboide, calcular el área de la región sombreada, siendo el área del romboide ABCD 15 m^2

- a) $0,5 \text{ m}^2$
- b) 1 m^2
- c) 2 m^2
- d) 3 m^2
- e) 5 m^2



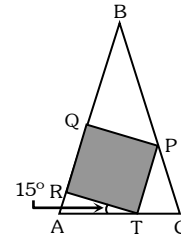
16. Sean cuatro círculos todos de radio igual a $1,5\mu$, uniendo los centros se obtiene un cuadrilátero irregular convexo. El área sombreada, mide:

- a) $2,25\pi \mu^2$
- b) $2,75\pi \mu^2$
- c) $4,35\pi \mu^2$
- d) $3\pi \mu^2$
- e) $3,25\pi \mu^2$



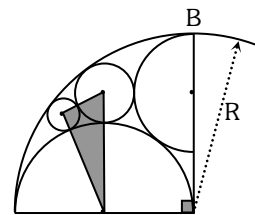
17. Según el gráfico, calcular el área de la región cuadrada PQRT, sabiendo que $AB = BC = 3\sqrt{2} \mu$

- a) $2\mu^2$
- b) $2\sqrt{2} \mu^2$
- c) $4\mu^2$
- d) $9/2 \mu^2$
- e) $3/2 \mu^2$



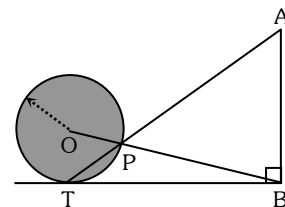
18. En la figura mostrada. Calcular el área de la región triangular formado al unir sus centros, si $R = 66$ m

- a) 260 m^2
- b) 280 m^2
- c) 330 m^2
- d) 360 m^2
- e) 380 m^2



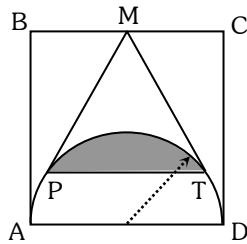
19. Según el gráfico, calcular el área del círculo, si $AB = 3\mu$ y $TB = 5\mu$ (T es punto de tangencia).

- a) $(49/3)\pi \mu^2$
- b) $6\pi \mu^2$
- c) $9\pi \mu^2$
- d) $(49/36)\pi \mu^2$
- e) $(64/9)\pi \mu^2$



20. En el gráfico, ABCD es un cuadrado cuyo lado mide 12μ . Si $BM = MC$, P y T son puntos de tangencia, calcular el área de la región sombreada.

- a) $3(4\pi - 3\sqrt{3})\mu^2$
- b) $3(3\pi - 4\sqrt{3})\mu^2$
- c) $4(3\pi - \sqrt{3})\mu^2$
- d) $4(4\pi - 3\sqrt{3})\mu^2$
- e) $4(3\pi - 4\sqrt{3})\mu^2$



21. Sobre la prolongación del lado \overline{AD} de un paralelogramo ABCD se toma un punto E, además se toma el punto medio F del lado \overline{AB} cumpliéndose que $\overline{DF} \parallel \overline{CE}$, $AB = 5$, $CE = 11$, $m\angle ABC = 3m\angle AEC$. Hallar el área de la región del cuadrilátero ABCE.

- a) 44
- b) 55
- c) 66
- d) 68
- e) 110

22. En un rombo ABCD, $AC = 6$, $BD = 8$, se toman los puntos medios M de \overline{AB} y N de \overline{BC} , las rectas \overline{DM} y \overline{DN} cortan a la diagonal \overline{AC} en P y Q. Hallar el área de la región del cuadrilátero PMNQ.

- a) 3
- b) 4
- c) 6
- d) 7
- e) 5

23. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, sobre el lado AC exteriormente se construye un cuadrado ACDE. Hallar el área de la región del cuadrado sabiendo que:

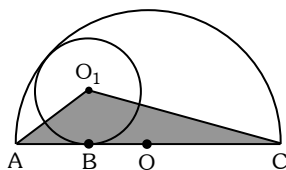
Área del triángulo ABE = 12

Área del triángulo BCD = 50

- a) 150
- b) 125
- c) 130
- d) 134
- e) 124

24. Calcular el área de la región sombreada, O y O_1 son centros, $AB = a$, $BC = b$.

- a) a
- b) $\frac{a}{2}(a + b)$
- c) $\frac{b}{2}(a + b)$
- d) $\frac{a \cdot b}{2}$
- e) $2a \cdot b$



25. Las diagonales de un trapezoide miden 10 y 6 y forman un ángulo que mide 30. Calcular el área limitada por el trapezoide.

- a) 30
- b) 15
- c) 10
- d) 5
- e) 25

26. En un trapezio escaleno, las diagonales forman con los lados no paralelos triángulos que limitan áreas de 6 y x. Calcular x

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 10

27. Dos lados de un romboide miden 6 y 10 y su altura 8. Calcular el área que limita

- a) 80
- b) 40
- c) 24
- d) 48
- e) 36

28. En un cuadrilátero ABCD, M es punto medio de \overline{BD} . Calcular S_{ABCM} , si $S_{ABCD} = 80$

- a) 50
- b) 40
- c) 80
- d) 60
- e) 70

29. Calcular el área limitada por un trapezio si un lado no paralelo mide 13 y otro que mide 15 forma 53° , con la base mayor que mide 18

- a) 108
- b) 94
- c) 116
- d) 72
- e) 132

30. Calcular el área limitada por un trapezio isósceles si la altura mide 5 y una diagonal mide 13

- a) 30
- b) 45
- c) 50
- d) 60
- e) 75

31. Calcular el área limitada por un trapezio isósceles inscrito en una circunferencia cuyo radio mide 5, la base menor mide 8 y la base mayor es una cuerda máxima

- a) 81
- b) 27
- c) 36
- d) 25
- e) 35

32. Calcular el área limitada por un cuadrilongo cuya diagonal mide 10 y es semejante a otro de dimensiones 3 y 4

- a) 24
- b) 42
- c) 48
- d) 28
- e) 18

33. Las bases de un trapezio isósceles miden 6 y 10, y una diagonal es perpendicular a un lado no paralelo. Calcular el área limitada por el trapezio

- a) 40
- b) 60
- c) 30
- d) 50
- e) 32

34. Se tiene un cuadrado ABCD cuyo lado mide 8, luego se traza una circunferencia por B, C tangente a \overline{AD} y de centro "O". Calcular el área limitada por el pentágono ABCDO no convexo en "O"

- a) 20
- b) 64
- c) 44
- d) 40
- e) 36