EJERCICIOS RESUELTOS DE METODO DE HORNER

1. Hallar el cociente y el residuo de dividir:

$$\frac{15x^6-9x^5+56x^4+70x^3+73x-23}{3x^3+7x+11}$$

Dar como respuesta el coeficiente del término cuadrático del resto.

a) 16 b) –16 c) 15
d) –3 e) 3

Resolución:

→ Recuerden que para dividir polinomios, tanto dividendo como divisor deben de estar completos y ordenados en forma descendente, y si nosotros verificamos en ambos casos están incompletos, por lo que habrá que primeramente completar con ceros:

$$\frac{15x^6-9x^5+56x^4+70x^3+0x^2+73x-23}{3x^3+0x^2+7x+11}$$

→ Ahora pasáremos a trabajar con el esquema:

÷		–9	21	36			
3	15	–9	56	70	0	73	–23
0		0	–35	–55			
–7			0	21	33		
–11				0	–49	–77	
					0	–84	–132
	5	–3	7	12	–16	–88	–155

→ De donde el resto será:

$$R(x)=-16x^2-88x-155$$

→ Nos piden el coeficiente del T. cuadrático.

$\boxed{-16}$ **Rpta.**

2. Determinar "m" y "n" si la división:

$$\frac{x^4-3x^3+mx-2n}{x^2-2x+4}$$

Es exacta.

a) 6 y 1 b) 1 y 6 c) 8 y 12
d) 12 y 8 e) 14 y 6

Resolución:

→ Recuerden que para dividir polinomios, tanto dividendo como divisor deben estar completos y ordenados en forma descendente, y si nosotros verificamos, el dividendo está incompleto, por lo que habrá que primeramente completar con ceros:

$$\frac{x^4-3x^3+0x^2+mx-2n}{x^2-2x+4}$$

→ Ahora pasaremos a trabajar con el esquema:

÷		–1	–6		
1	1	–3	0	m	–2n
2		2	–4		
–4			–2	4	
				–12	24
	1	–1	–6	$(m-8)$	$(24-2n)$

→ Ahora como es exacta tendremos que:

- $m-8=0 \Rightarrow \boxed{m=8}$
- $24-2n=0 \Rightarrow \boxed{n=12}$

→ Para terminar "m" y "n" serán:

$\boxed{8 \text{ y } 12}$ **Rpta.**

3. Calcular: "$A+C$" si la división:

$$\frac{4x^5+4x^4+3x^3+Ax^2+3x+C}{2x^2+x+2}$$

deja como resto: $2(x-5)$

a) 4 b) –4 c) 7
d) –7 e) 3

Resolución:

→ Coloquemos los coeficientes en el esquema:

÷		2	–2	$(A-1)$		
2	4	4	3	A	3	C
–1		–2	–4			
–2			–1	–2		
				1	2	
					$\frac{-A+1}{2}$	$-A+1$
	2	1	–1	$\left(\frac{A-1}{2}\right)$	$\left(\frac{11-A}{2}\right)$	$(C-A+1)$

→ Si nosotros observamos ya tenemos los coeficientes del resto

$$R(x)=2x-10$$

- Por consiguiente:
- $\left(\frac{11-A}{2}\right)=2 \Rightarrow \boxed{A=7}$
- $C-A+1=-10 \Rightarrow \boxed{C=-4}$

→ Nos piden:

$A+C=\boxed{3}$ **Rpta.**

4. En la siguiente división:

$$\frac{9x^4+6ax^3+\left(a^2+3b\right)x^2+abx+9a^2}{3x^2+ax-b}$$

el residuo obtenido es de grado cero e igual a:

$$R=6ab+b^2$$

Calcular: $E=\dfrac{3a^2+b^2}{a^2}$

a) 12 b) 16 c) 15
d) 24 e) 35

Resolución:

→ Coloquemos los coeficientes en el esquema:

$$\begin{array}{c|ccc:cc}
 & & 3a & 6b & & \\
3 & 9 & \boxed{6a} & \boxed{\left(a^2+3b\right)} & ab & 9a^2 \\
\hline
-a & & \boxed{-3a} & 3b & & \\
b & & & -a^2 & ab & \\
 & & & & -2ab & 2b^2 \\
\hline
 & 3 & a & 2b & 0 & \left(9a^2+2b^2\right)
\end{array}$$

→ Luego de acuerdo a la condición:

$$9a^2+2b^2=6ab+b^2$$
$$9a^2-6ab+b^2=0$$
$$(3a-b)^2=0$$
$$\boxed{3a=b}$$

→ Nos piden:

$$E=\frac{3a^2+(3a)^2}{a^2}=\frac{3a^2+9a^2}{a^2}=\frac{12a^2}{a^2}$$

$$E=\boxed{12}\ \textbf{Rpta.}$$

5. Determinar "$\dfrac{m}{n}$" $(n<0)$, si la división:

$$\frac{24x^4+11x^3+n^2x+m}{8x^2+x-3}$$

deje como resto: $R(x)=6x-1$

a) –2 b) –1 c) 0
d) 2 e) $\dfrac{1}{2}$

Resolución:

→ Recuerden que para dividir polinomios, tanto dividendo como divisor deben estar completos y ordenados en forma descendente, y si nosotros verificamos, el dividendo está incompleto, por lo que habrá que primeramente completar con ceros:

$$\frac{24x^4+11x^3+n^2x+0x+m}{8x^2+x-3}$$

→ Ahora pasaremos a trabajar con el esquema:

$$\begin{array}{c|ccc:cc}
 & & 8 & 8 & & \\
8 & 24 & \boxed{11} & \boxed{0} & n^2 & m \\
\hline
-1 & & \boxed{-3} & 9 & & \\
3 & & & -1 & 3 & \\
 & & & & -1 & 3 \\
\hline
 & 3 & 1 & 1 & \left(n^2+2\right) & (m+3)
\end{array}$$

→ Si nosotros observamos ya tenemos los coeficientes del resto

$$R(x)=6x-1$$

- Por consiguiente:
- $n^2+2=6 \quad \Rightarrow \quad n=\pm 2 \quad (n<0)$

$$\boxed{n=-2}$$

- $m+3=-1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{m=-4}$

→ Nos piden:

$$\frac{m}{n}=\boxed{2}\ \textbf{Rpta.}$$

6. El residuo de la siguiente división:

$$\frac{3x^4-x^3+2x^2+ax+a}{x^2+x-1}$$

N

no es de primer grado.

Calcular el resto:

a) 13 b) 15 c) 18
d) 20 e) 22

Resolución:

→ Coloquemos los coeficientes en el esquema:

$$\begin{array}{c|ccc:cc}
 & & -4 & 9 & & \\
1 & 3 & \boxed{-1} & \boxed{2} & a & a \\
\hline
-1 & & \boxed{-3} & 3 & & \\
1 & & & 4 & -4 & \\
 & & & & -9 & 9 \\
\hline
 & 3 & -4 & 9 & \underbrace{(a-13)} & \underbrace{(a+9)}
\end{array}$$

Este coeficiente será CERO por no ser de 1er grado

→ Por consiguiente:

$$a-13=0 \quad \Rightarrow \quad a=13$$

→ Nos piden:

$$R=a+9=\boxed{22}\ \textbf{Rpta.}$$

7. Si: $c\neq 2a$ y la división:

$$\frac{x^3-7a^2x+6b^3}{x^2-(a+c)x+ac}\text{, es exacta:}$$

Calcular: $\dfrac{6a+6b-2c}{b}$

a) 15 b) 16 c) 17
d) 18 e) 19

Resolución:

→ Recuerden que para dividir polinomios, tanto dividendo como divisor deben estar completos y ordenados en forma descendente, y si nosotros verificamos el dividendo está incompleto, por lo que habrá que primeramente completar con ceros:

$$\frac{x^3+0x^2-7a^2x+6b^3}{x^2-(a+c)x+ac}$$

→ Coloquemos los coeficientes en el esquema:

1	1	$\overset{(a+c)}{0}$	$-7a^2$	$6b^3$
$(a+c)$		$a+c$	$-ac$	
$-ac$			$(a+c)^2$	$-(a+c)ac$
	1	$(a+c)$	$\left(-6a^2+ac+c^2\right)$	$\left(6b^3-a^2c-ac^2\right)$

→ Por dato: $\boxed{\text{Resto}=0}$

$$-6a^2+ac+c^2=0$$

$$6a^2-ac-c^2=0 \qquad \text{"Aspa Simple"}$$

$$(3a+c)(2a-c)=0 \qquad \boxed{c\neq 2a}$$

$$\therefore \ \boxed{c=-3a} \qquad \cdots(\text{I})$$

→ También:

$$6b^3-a^2c-ac^2=0$$

$$6b^3=a^2c+ac^2$$

→ Reemplazando "$c=-3a$"

$$6b^3=a^2(-3a)+a(-3a)^2$$

$$6b^3=-3a^3+9a^3$$

$$6b^3=6a^3$$

$$\boxed{b=a} \qquad \cdots(\text{II})$$

→ Nos piden:

$$\frac{6a+6b-2c}{b}=\frac{6a+6(a)-2(-3a)}{a}=\frac{18a}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{6a+6b-2c}{b}=\boxed{18} \ \textbf{Rpta.}$$

8. Calcular: "$a+b$" si la división:

$$\frac{ax^5+2(3+a)x^4+(12-a)x^3+(b-6)x^2+2bx-b}{x^2+2x-1}$$

da un cociente entero que evaluado para $x=2$, es 39, además: a y $b\in\mathbb{R}^+$

a) 10 b) 9 c) 8
d) 7 e) 6

Resolución:

→ Coloquemos los coeficientes en el esquema:

1	a	$\overset{6}{2(3+a)}$	$\overset{0}{(12-a)}$	$(b-6)$	$2b$	$-b$
-2		$-2a$	a			
1			-12	6		
				0	0	
					$-2b$	b
	a	6	0	b	0	0

$$\underbrace{a \quad 6 \quad 0 \quad b}_{Q(x)}$$

→ El cociente será: $Q(x)=ax^3+6x^2+b$

→ Evaluemos "Q" para $x=2$

$$Q(2)=8a+24+b=39 \quad (\textbf{Dato})$$

$$\boxed{8a+b=15}$$

- Como: $a\,,\ b\in\mathbb{R}^+$
- Concluiremos que: $\boxed{a=1}$; $\boxed{b=7}$

→ Luego nos piden:

$$a+b=\boxed{8} \ \textbf{Rpta.}$$

9. En la división: $\dfrac{ax^4+ax^3+ax+1}{x^2+x-1}$

El residuo es 4. Hallar la suma de coeficientes del dividendo:

a) 4 b) 8 c) 10
d) 12 e) –12

Resolución:

→ Coloquemos los coeficientes en el esquema:

1	a	a	0	a	1
-1		$-a$	a		
1			0	0	
				$-a$	a
	a	0	a	0	$(a+1)$

→ Residuo: $a+1=4 \quad \Rightarrow \quad a=3$

→ Luego:

$$\sum \text{Coef. Dividendo}=3a+1$$

$$\sum \text{Coef. Dividendo}=\boxed{10} \ \textbf{Rpta.}$$