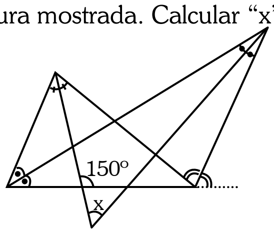
PAGINA EDUCATIVA

GEOMETRÍA

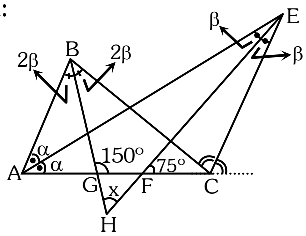
EJERCICIOS RESUELTOS DE TRIÁNGULOS

1.- En la figura mostrada. Calcular "x"



a) 45°
b) 60°
c) 50°
d) 75°
e) 30°

Solución:



- En el ΔABC, por propiedad

$$m\measuredangle AEC = \frac{m\measuredangle ABC}{2}$$

$$2\beta = \frac{m\measuredangle ABC}{2} \quad \Rightarrow \quad m\measuredangle ABC = 4\alpha$$

- En el ΔABG: $\quad 2\alpha + 2\beta = 150°$

$$\alpha + \beta = 75°$$

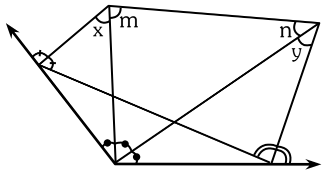
- En el ΔAEF: $\quad m\measuredangle EFC = \alpha + \beta$

$$\Rightarrow \quad m\measuredangle EFC = 75°$$

- En el ΔFGH: $\quad x + 75° = 150°$

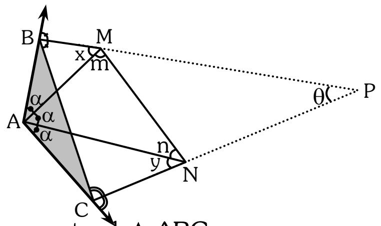
$\boxed{x = 75°}$ Rpta.

2.- De la figura mostrada $m + n = 140°$, hallar "$x + y$".



a) 40°
b) 70°
c) 80°
d) 50°
e) 60°

Solución:



- Con respecto al Δ ABC:

$$\theta = 90° - \frac{3\alpha}{2} \ \ldots \text{(I)}$$

- En el Δ AMN:

$$m + n + \alpha = 180° \ \ldots \text{(II)}$$

- Por dato: $\quad m + n + = 140°$
- Reemplazando en (II): $\quad \alpha = 40°$
- Reemplazando en (I): $\quad \theta = 30°$
- En el Δ MNP (Propiedad):

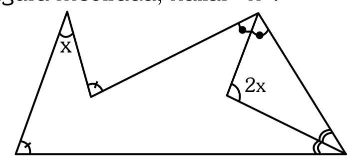
$$(x + m) + (y + n) = 180° + \theta$$

$$(x + y) + (m + n) = 180° + 30°$$

$$(x + y) + (140°) = 180° + 30°$$

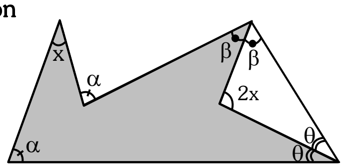
$\boxed{x + y = 70°}$ Rpta.

3.- De la figura mostrada, hallar "x":



a) 30°
b) 40°
c) 45°
d) 60°
e) 53°

Solución



- En la figura sombreada, por propiedad:

$$\alpha + x + \beta + \theta = \alpha + 2x$$

- Operando: $\quad \beta + \theta = x \ \ldots \text{(I)}$
- En el triángulo: $\quad \beta + \theta + 2x = 180°$

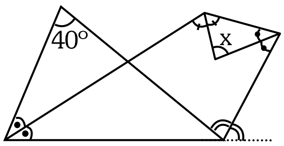
$$\beta + \theta = 180° - 2x \ \ldots \text{(II)}$$

- Igualando y operando (I) y (II):

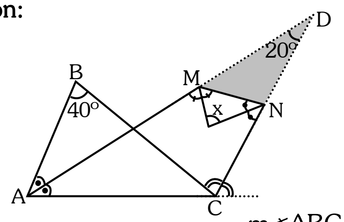
$\boxed{x = 60°}$ Rpta.

4.- Dada la figura, calcular el valor de “x”:

a) 60°
b) 70°
c) 65°
d) 80°
e) 85°



Solución:



- Por propiedad: $m\sphericalangle MDN = \dfrac{m\sphericalangle ABC}{2}$

$$m\sphericalangle MND = 20$$

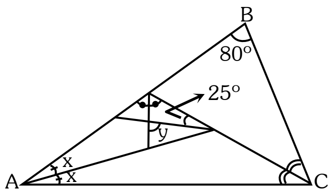
- En el Δ MND:

$$x = 90° - \frac{20°}{2}$$

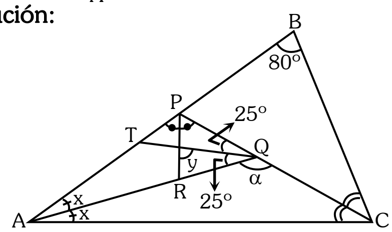
$\boxed{x = 80°}$ Rpta.

5.- De la figura mostrada, hallar el valor de "$x + 2y$".

a) 165°
b) 160°
c) 180°
d) 170°
e) 130°



Solución:



- En el Δ ABC, por propiedad:

$$\alpha = 90° + \frac{80°}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = 130°$$

- Luego: $m\sphericalangle TQR = 25$

- En el Δ APQ, $\overline{QT}$ y $\overline{PR}$ son bisectrices, entonces, por propiedad:

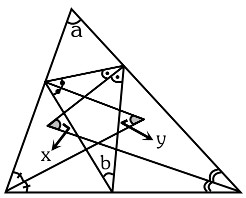
$$(180° - y) = 90° + \frac{x}{2}$$

- Nos piden:

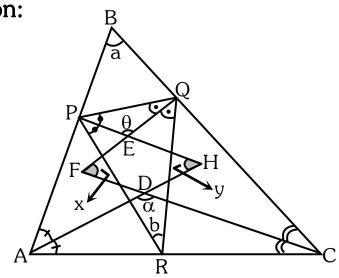
$\boxed{x + 2y = 180°}$ Rpta.

6.- En la figura mostrada, se cumple que $a + b = 100°$, hallar "$x + y$".

a) 100°
b) 130°
c) 120°
d) 140°
e) 150°



Solución:



- En el ΔABC: $m\sphericalangle ADC = 90° + \dfrac{a}{2}$

$$\alpha = 90° + \frac{a}{2} \; \ldots \text{(I)}$$

- En el ΔPQR: $m\sphericalangle PEQ = 90° + \dfrac{b}{2}$

$$\theta = 90° + \frac{b}{2} \; \ldots \text{(II)}$$

- En el cuadrilátero EHDF:

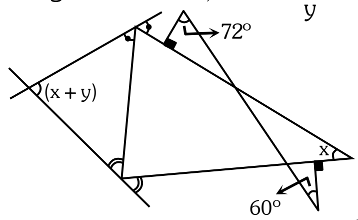
$$x + \theta + y + \alpha = 360°$$

$$(x + y) + (\alpha + \theta) = 360° \ldots \text{(II)}$$

- De (I), (II) y (III):

$\boxed{x + y = 130°}$ Rpta.

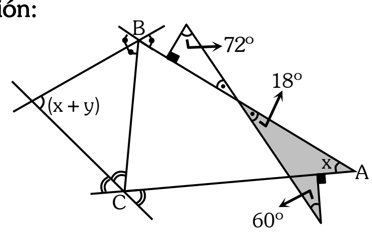
7.- De la figura mostrada, hallar "$\dfrac{x}{y}$":



a) $\dfrac{1}{6}$ b) 6 c) $\dfrac{1}{4}$

d) 4 e) $\dfrac{1}{2}$

Solución:



- En la figura sombreada:

$$x + 18° + 60° = 90° \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 12°}$$

- En el ΔABC; por propiedad:

$$(x + y) = 90° - \frac{x}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{y = 72°}$$

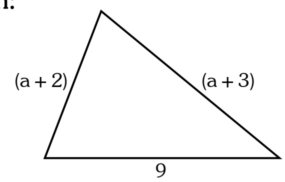
- Nos piden:

$\boxed{\dfrac{x}{y} = \dfrac{1}{6}}$ Rpta.

8.- Los lados de un triángulo miden $(a+2)$, $(a+3)$ y 9. Calcular el menor valor entero que puede tomar "a" para que el triángulo exista.

a) 6 b) 4 c) 2 d) 3 e) 1

Solución:



- Por Condición de existencia:

$$(a+3)-(a+2)<9<(a+3)+(a+2)$$
$$5<9<2a+5$$
$$9<2a+5 \quad \Rightarrow \quad a>2$$

- Nos piden a_{min}:

$\boxed{a_{min}=3}$ Rpta.

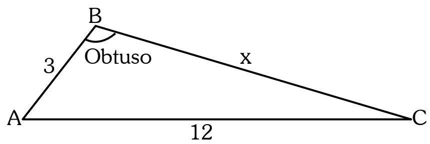
9.- En un triángulo ABC $AB=3$ y $AC=12$. Hallar la diferencia entre el máximo y mínimo valor entero de BC sabiendo además el $\measuredangle B$ es obtuso.

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Solución:

- Por condición de existencia:

$$12-3<x<12+3 \quad \Rightarrow \quad 9<x<15$$



- Pero por dato, el ángulo B es obtuso, entonces:

$x<12$ (Ley de Correspondencia)

- Luego:

$$9<x<12$$

$\boxed{x_{min}=10}$ y $\boxed{x_{max}=11}$

- Nos piden:

$\boxed{x_{max}-x_{min}=1}$ Rpta.

10.- Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I) En un triángulo ABC se cumple que $AB>BC$, las bisectrices interiores de los ángulos B y C se cortan en I. Entonces $IB>IC$.

II) M es un punto cualquiera del lado BC de un triángulo ABC, entonces $AM<p$, siendo "p" el semiperímetro del triángulo.

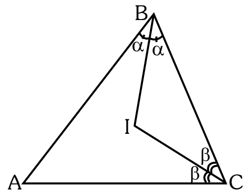
III) La suma de las longitudes de las tres medianas de un triángulo está comprendida entre el perímetro y el semiperímetro del triángulo.

a) VVV b) VVF c) FFF

d) FVF e) FVV

Solución:

I) Verdadero



Si $AB<AC$

$\Rightarrow 2\beta>2\alpha$

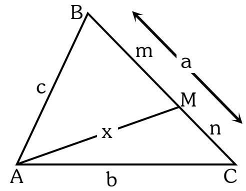
$\beta>\alpha$

Luego en el ΔIBC:

$\therefore \quad IB>IC$

II) Verdadero

- Por condición de existencia:



$\Delta ABM: c-m<x<c+m$

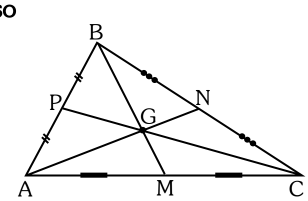
$\Delta AMC: b-n<x<b+n$

Sumando:

$$(b+c)-\underbrace{(m+n)}_{a}<2x<(b+c)+\underbrace{(m+n)}_{a}$$
$$2p-2a<x<2p$$

$\boxed{p-a<x<p}$ (Propiedad)

III) Falso



Por la propiedad anterior:

$$p-a<AN<p$$
$$p-b<BM<p$$
$$p-c<CP<p$$

Sumando:

$$3p-\underbrace{(a+b+c)}_{2p}<AN+BM+CP<3p$$

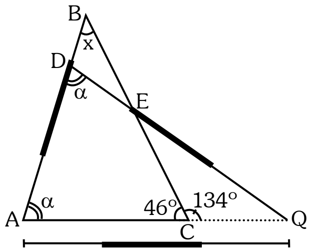
$\boxed{p<AN+BM+CP<3p}$ Propiedad

11.- En un triángulo ABC, en la prolongación de $\overline{AC}$ se ubica un punto Q a partir del cual se traza la secante corta a $\overline{BC}$ en *e* y $\overline{AB}$ en D. Hallar la $m\measuredangle ABC$ siendo entero y $m\measuredangle BCQ=134$, $AQ=AB=QD$.

a) 39° b) 41° c) 43°

d) 45° e) 46°

Solución



- De la figura: $AC < AQ$

- Por dato: $AB = AQ$

- Luego, en el ΔABC:

$$AC < AB \quad \Rightarrow \quad x < 46° \ldots \text{(I)}$$

$$\alpha + x = 134° \quad \Rightarrow \quad \alpha = 134° - x \ldots \text{(II)}$$

- En el ΔADQ, por ser isósceles:

$$\alpha < 90° \ldots \text{(III)}$$

- Reemplazando (II) en (III):

$$134° - x < 90° \quad \Rightarrow \quad 44° < x \ldots \text{(IV)}$$

- De (I) y (IV):

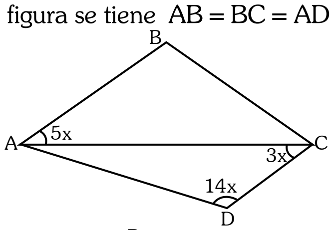
$$44° < x < 46°$$

-El único valor entero de "x" será:

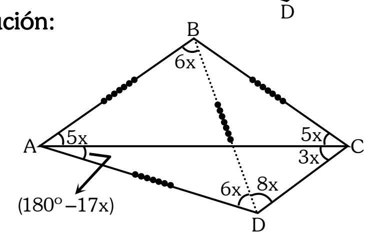
$\boxed{x = 45°}$ Rpta.

12.- En la figura se tiene $AB = BC = AD$, hallar "x".

a) 12°
b) 10°
c) 9°
d) 15°
e) 18°



Solución:



- En el ΔACD: $3x + 14x + m\sphericalangle CAD = 180°$

$$m\sphericalangle CAD = 180° - 17x$$

- Se tendrá que: $m\sphericalangle BAD = 180° - 12x$

$$\Rightarrow \quad m\sphericalangle ABD = m\sphericalangle ADB = 6x$$

- Si $m\sphericalangle ADC = 14x \quad \Rightarrow \quad m\sphericalangle BDC = 8x$

- Luego: $BD = DC$

- En consecuencia el ΔABD es equilátero

$$6x = 60°$$

$\boxed{X = 10°}$ Rpta.