EJERCICIOS RESUELTOS DE RACIONALIZACION

1. Racionalizar:

$$\frac{1}{\sqrt[5]{4}}$$

a) $\dfrac{\sqrt[5]{4}}{2}$ b) $\dfrac{\sqrt[5]{8}}{2}$ c) $\dfrac{\sqrt[5]{2}}{2}$

d) $\dfrac{\sqrt[5]{3}}{5}$ e) $\dfrac{\sqrt[5]{5}}{2}$

Resolución:

→ Tener en cuenta las leyes de los exponentes:

Denominador de la forma	*Factor Racionalizante*	*Denominador Racionalizado*
$\sqrt[n]{A^m}$	$\sqrt[n]{A^{n-m}}$	A

$n;\ m \in \mathbb{N}\ :\ n > m$ y "A" *es exp. racional primo*

→ Podemos escribir así:

$$\frac{1}{\sqrt[5]{2^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[5]{2^3}}$$

$$\underbrace{\sqrt[5]{2^2}\ \sqrt[5]{2^3}}_{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\sqrt[5]{8}}{2}}\ \textit{Rpta.}$$

2. Indicar el denominador racional de:

$$\frac{E}{\sqrt[5]{4\sqrt{a^3 \cdot \sqrt[4]{125}}}}$$

a) 10 b) 10a c) a

d) 2a e) 4a

Resolución:

→ Transformando el denominador por leyes conocidas:

$$\frac{E}{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[10]{a^3} \cdot \sqrt[40]{5^3}} \times \frac{\overbrace{\sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[10]{a^7} \cdot \sqrt[40]{5^{37}}}^{\text{F.R.}}}{\sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[10]{a^7} \cdot \sqrt[40]{5^{37}}}$$

$$\frac{E\cdot(\text{F.R.})}{2\cdot a\cdot 5} = \frac{E\cdot(\text{F.R.})}{10a} \Rightarrow \text{denominador será: } \boxed{10a}\ \textit{Rpta.}$$

3. Racionalizar:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{48\cdot a^7\cdot x^{14}}}$$

a) $\dfrac{\text{F.R.}}{12a^3\cdot x^5}$ b) $\dfrac{\text{F.R.}}{a^3\cdot x^5}$ c) $\dfrac{\text{F.R.}}{12ax}$

d) $\dfrac{\text{F.R.}}{12a^5\cdot x^3}$ e) $\dfrac{\text{F.R.}}{12a^3x}$

Resolución:

→ Transformando: $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3\cdot 2^4\cdot a^7\cdot x^{14}}}$

- Nótese que los exponentes de algunas bases en el radicando son mayores que el índice, entonces busquemos que los exponentes de las bases sean menores que el índice:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{3\cdot 2^3\cdot 2\cdot a^6\cdot a\cdot x^{12}\cdot x^2}} = \frac{1}{2a^2\cdot x^4\cdot \sqrt[3]{3\cdot 2\cdot a\cdot x^2}}$$

→ Ahora su factor racionalizante: $\sqrt[3]{3^2\cdot 2^2\cdot a^2\cdot x}$

$$\frac{1}{2a^2\cdot x^4\cdot \sqrt[3]{3\cdot 2\cdot a\cdot x^2}} \times \frac{\text{F.R.}}{\sqrt[3]{3^2\cdot 2^2\cdot a^2\cdot x}}$$

$$3\cdot 2\cdot a\cdot x$$

$$\boxed{\frac{\text{F.R.}}{12a^3\cdot x^5}}\ \textit{Rpta.}$$

4. Indicar el denominador luego de racionalizar:

$$\frac{1}{\sqrt{17}+\sqrt{2}}$$

a) 13 b) 14 c) 15

d) 16 e) 17

Resolución:

→ Tengan en cuenta el producto notable:

$$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)=a-b$$

Denominador de la forma	*Factor Racionalizante*	*Denominador Racionalizado*
$\sqrt{A}+\sqrt{B}$	$\sqrt{A}-\sqrt{B}$	$A-B$
$\sqrt{A}-\sqrt{B}$	$\sqrt{A}+\sqrt{B}$	$A-B$

A y B Son exp. racionales positivas

NOTA

De las expresiones $\left(\sqrt{A}+\sqrt{B}\right)$ y $\left(\sqrt{A}-\sqrt{B}\right)$ cada una de ellas se conoce como conjugada de la otra. Por tanto para racionalizar un denominador de cada una de estas formas es suficiente multiplicar ambos términos de la fracción por su expresión conjugada

Recuérdalo

→ Con estos apuntes tendremos entonces:

$$\frac{1}{\underbrace{\left(\sqrt{17}+\sqrt{2}\right)}}\times\frac{\left(\sqrt{17}-\sqrt{2}\right)}{\underbrace{\left(\sqrt{17}-\sqrt{2}\right)}}=\frac{\sqrt{17}-\sqrt{2}}{17-2}$$

Diferencia de Cuadrados

$$=\frac{\sqrt{17}-\sqrt{2}}{15}$$

→ Luego el denominador racional será: $\boxed{15}$ ***Rpta.***

5. Indicar el denominador al racional:

$$\frac{N}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)}$$

a) 10 b) 12 c) 14
d) 16 e) 18

Resolución:

$$\frac{N}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)}\times\frac{\overbrace{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)}^{\text{F.R.}}}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)}$$

$$\frac{N(\text{F.R.})}{(5-3)(10-2)}=\frac{N(\text{F.R.})}{16}\Rightarrow\boxed{16}$$ ***Rpta.***

6. Racionalizar el denominador de:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{2}}$$

a) 11 b) 10 c) 9
d) 8 e) 7

Resolución:

→ Téngase en cuenta los productos notables:

$$\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)=a+b$$

$$\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)=a-b$$

Denominador de la forma	*Factor Racionalizante*	*Denominador Racionalizado*
$\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}$	$\sqrt[3]{A^2}-\sqrt[3]{AB}+\sqrt[3]{B^2}$	$A+B$
$\sqrt[3]{A}-\sqrt[3]{B}$	$\sqrt[3]{A^2}+\sqrt[3]{AB}+\sqrt[3]{B^2}$	$A-B$
$\sqrt[3]{A^2}+\sqrt[3]{AB}+\sqrt[3]{B^2}$	$\sqrt[3]{A}-\sqrt[3]{B}$	$A-B$
$\sqrt[3]{A^2}-\sqrt[3]{AB}+\sqrt[3]{B^2}$	$\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}$	$A+B$

→ Entonces de "$\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{2}$"

$$\text{F.R.}=\sqrt[3]{9^2}-\sqrt[3]{9\cdot 2}+\sqrt[3]{2^2}$$

→ De esta manera racionalizando:

$$\frac{1}{\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{2}\right)}\times\frac{\left(\sqrt[3]{9^2}-\sqrt[3]{9\cdot 2}+\sqrt[3]{2^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{9^2}-\sqrt[3]{9\cdot 2}+\sqrt[3]{2^2}\right)}\Rightarrow\frac{\text{F.R}}{9+2}=\frac{\text{F.R}}{11}=\boxed{11}$$

Rpta.

7. Indicar el denominador al racional:

$$\frac{N}{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{9}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

RESOLUCIÓN:

→ De: $\sqrt[3]{5^2}+\sqrt[3]{5\cdot 3}+\sqrt[3]{3^2}$: $\text{F.R}=\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{3}$

→ Racionalizando:

$$\frac{N}{\left(\sqrt[3]{5^2}+\sqrt[3]{5\cdot 3}+\sqrt[3]{3^2}\right)}\times\frac{\left(\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{3}\right)}{\left(\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{3}\right)}$$

$$\frac{N\cdot(\text{F.R.})}{5-3}=\frac{N(\text{F.R.})}{2}$$

→ Entonces el denominador racional será: $\boxed{2}$ ***Rpta.***