



EJERCICIOS RESUELTOS DE PROMEDIOS

Problema 01

Indicar el valor veritativo de las siguientes proposiciones:

- I. La media aritmética de: 7; 10; 13; 16;; 91 es 49
- II. La media geométrica de: 2; 6; 18; 54;; 2×3^{12} es 1 458
- III. La media armónica de: 1; 1/2; 1/3; 1/4; ...; 1/36 es 0,054

- a) VVF b) VFV c) VVV
d) FVV e) VFF

Solución:

Propiedades:

- (1) Sea la progresión aritmética de razón "r"
(a; a+r; a+2r; a+3r; ; a+nr)

Luego la \overline{MA} de dichos términos será:

$$\overline{MA} = \frac{1^{\text{er}} \text{ Término} + \text{Último término}}{2}$$

$$\overline{MA} = \frac{a + (a + nr)}{2}$$

- (2) Sea la progresión geométrica de razón "r":

$$\{a; ar; ar^2; \dots; ar^n\}$$

Luego la \overline{MG} de dichos términos será:

$$\overline{MG} = \sqrt{(1^{\text{er}} \text{ Término})(\text{Último término})}$$

$$\overline{MG} = \sqrt{a \cdot ar^n}$$

Analizando las proposiciones:

- I) Los números: 7; 10; 13; 16;; 91 forman una progresión aritmética de razón 3, luego la media aritmética de dichos términos será:

$$\overline{MA} = \frac{7 + 91}{2} \rightarrow \overline{MA} = 49$$

- II) Los números: 2; 2.3; 2.3²; 2.3³; ...; 2.3¹¹ forman una progresión geométrica de razón 3, luego la media geométrica de dichos términos será:

$$\overline{MG} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3^{12}} \rightarrow \overline{MG} = 1\,458$$

- III) La media armónica de:

1, 1/2, 1/3; 1/4; ... ; 1/36 será:

$$\overline{MH} = \frac{36}{\frac{1}{1} + \frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{4}} + \dots + \frac{1}{\frac{1}{36}}}$$

$$\overline{MH} = \frac{36}{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 36}$$

$$\overline{MH} = \frac{36}{\frac{36 \cdot 37}{2}} = \frac{2}{37} \rightarrow \overline{MH} = 0,054$$

Se puede observar que las tres proposiciones son verdaderas.

Problema 02

La media aritmética de 53 números impares consecutivos es 65. Hallar la media geométrica entre el menor y el mayor de dichos números.

- a) $13\sqrt{3}$ b) $9\sqrt{3}$ c) 39
d) $11\sqrt{3}$ e) 26

Solución:

Sea "x" el menor de los 53 números impares consecutivos, luego la media aritmética será:

$$\overline{MA} = \frac{x + (x+2) + (x+4) + \dots + (x+104)}{53} = 65$$

Como forman una progresión aritmética de razón 2, entonces aplicando la propiedad (1) del problema, tenemos:

$$\overline{MA} = \frac{(x) + (x+104)}{2} = 65 \rightarrow x = 13$$

Menor: x = 13

Mayor: x + 104 = 117

La media geométrica pedida será:

$$\overline{MG} = \sqrt{13 \times 117} = \boxed{39} \text{ Rpta.}$$

Problema 03

Para tres números a, b y c se cumple:

$$Mh(a, b) = 4$$

$$Mh(b, c) = 6$$

$$Mh(a, c) = 8$$

Hallar la media armónica de a, b y c

- a) 120/37 b) 90/37 c) 180/37
d) 72/13 e) 200/37

Solución:

Del enunciado:

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = 4 \rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = 6 \rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{c}} = 8 \rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{4}$$

Sumandolos resulta:

$$2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{13}{24} \dots (I)$$

Luego, se pide calcular:

$$Mh(a, b, c) = \frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}$$

Reemplazando de (I)

$$Mh(a, b, c) = \frac{3}{\frac{13}{24}} = \frac{72}{13} \text{ Rpta.}$$

Problema 04

Cual es el promedio armónico de los números:

0,5; 0,16; 0,083; 0,05; . . . ; 0,009

- a) 11 b) $\frac{1}{11}$ c) $\frac{3}{44}$
 d) $\frac{1}{44}$ e) $\frac{10}{11}$

Solución:

Hallamos primero para cada uno su fracción generatriz

$$\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \dots; \frac{1}{110}$$

$$\frac{1}{1 \times 2}; \frac{1}{2 \times 3}; \frac{1}{3 \times 4}; \frac{1}{4 \times 5}; \dots; \frac{1}{10 \times 11}$$

Luego según fórmula de media armónica

$$Mh = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

Reemplazando

$$Mh = \frac{10}{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + 10 \times 11}$$

Según la fórmula de sumatoria para la forma:

$$S = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n \times (n+1)$$

$$S = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$\text{Reemplazando en } Mh = \frac{10}{\frac{10(10+1)(10+2)}{3}}$$

$$Mh = \frac{10}{\frac{10 \times 11 \times 12}{3}}$$

$$Mh = \frac{\cancel{10} \times \cancel{3}}{\cancel{10} \times 11 \times \cancel{12}} = \frac{1}{44}$$

$$\frac{1}{44} \text{ Rpta.}$$

Problema 05

Hallar dos números sabiendo que su mayor promedio es 8 y su menor promedio es 63/8. Dar como respuesta la diferencia de dichos números.

- a) 2 b) 3 c) 4
 d) 5 e) 7,5

Solución:

Sean los números A y B

* Mayor promedio = \overline{PA}
 $\overline{PA} = \frac{A+B}{2} = 8 \dots (I)$

* Menor promedio = \overline{PH}
 $\overline{PH} = \frac{2AB}{A+B} = \frac{63}{8} \dots (II)$

De (I): $A+B = 16 \dots (III)$

En (II): $AB = 63 \dots (IV)$

Resolviendo: (III) y (IV) se tiene $A = 9$ y $B = 7$

Piden: $A - B = \boxed{2} \text{ Rpta.}$

Problema 06

Sean A y B dos números enteros, si el producto de la media aritmética con su media armónica es igual a 12 veces su media geométrica, entonces el menor valor de A + B, es:

- a) 36 b) 25 c) 18
d) 24 e) 26

Solución:

Dados los números A y B

$$Ma \cdot Mh = 12 \cdot Mg$$

Por propiedad: $(Mg)^2 = Ma \times Mh$

$$(Mg)^2 = 12Mg$$

$$Mg = 12 \rightarrow \sqrt{A \times B} = 12$$

$$A \times B = 144$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$144 \cdot 1$$

$$72 \cdot 2$$

$$48 \cdot 3$$

$$36 \cdot 4$$

$$24 \cdot 6$$

$$18 \cdot 8$$

$$16 \cdot 9$$

$$12 \cdot 12 \rightarrow A=B$$

Se puede observar que: A + B es mínimo, cuando

$$A = B$$

$$\therefore \underbrace{A+B}_{\text{mínimo}} = \boxed{24} \text{ Rpta.}$$

Problema 07

La media aritmética de dos números enteros es 5/4 de su media geométrica. Hallar la relación entre dichos números.

- a) 3:1 b) 1:5 c) 2:5
d) 6:5 e) 4:1

Solución:

Sean A y B los números.

Del dato:

$$Ma = \frac{5}{4}(Mg)$$

$$\frac{A+B}{2} = \frac{5}{4}\sqrt{A \cdot B}$$

$$\frac{A+B}{\cancel{2}\sqrt{AB}} = \frac{5}{\cancel{4}} \rightarrow \frac{A+B}{\sqrt{AB}} = \frac{5k}{2k}$$

$$A+B = 5k$$

$$\sqrt{AB} = 2k \quad \text{despejando se tiene.} \quad \begin{matrix} A+B = 5k \\ A \times B = 4k^2 \end{matrix}$$

Como son números enteros se tiene que $\begin{matrix} A = 4k \\ B = k \end{matrix}$

Pide la relación entre los números

$$\frac{A}{B} = \frac{4\cancel{k}}{\cancel{k}} \Rightarrow \frac{4}{1} \Rightarrow 4 \text{ es a } 1$$

$$\Rightarrow \boxed{4:1} \text{ Rpta.}$$

Problema 08

Si se tiene $M_A \cdot M_G \cdot M_H = 63^{1.5}$. ¿Cuál es el valor de

$$E = \left[\frac{M_G^2}{M_A} \right] : M_H ?$$

- a) 1 b) 2 c) 1,5
d) 1,7 e) 3

Solución:

$$E = \left[\frac{M_G^2}{M_A} \right] : M_H \text{ Utilizando la propiedad.}$$

$$M_G^2 = M_A \times M_H$$

$$E = \left[\frac{M_G^2}{M_A} \right] : M_H$$

$$E = \left[\frac{M_G^2}{M_A \times M_H} \right]$$

$$E = \left[\frac{M_A \times M_H}{M_A \times M_H} \right]$$

$$E = 1$$

$$\boxed{1} \text{ Rpta.}$$