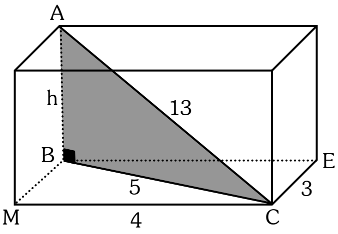
EJERCICIOS RESUELTOS DE PRISMA Y CILINDRO

01. Hallar el área total de un paralelepípedo rectángulo de 13 m de diagonal, siendo las dimensiones de la base 3 y 4 m.

a) $130\ m^2$ b) $192\ m^2$ c) $127\ m^2$

d) $155\ m^2$ e) $143\ m^2$

Resolución:



Datos:

$AC = 13\ m;\ MC = 4\ m\ \text{y}\ CE = 3\ m$

Entonces: $BC = 5\ m$

En el triángulo rectángulo ABC:

$13^2 = 5^2 + h^2 \ \rightarrow\ h = 12\ m$

Luego Área total será:

$2\left[(3)(4)+(3)(12)+(4)(12)\right]$

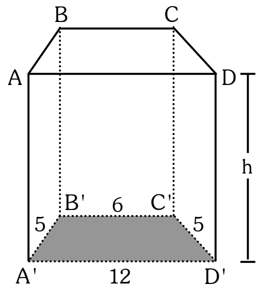
Área total= $\boxed{192\ m^2}$ **Rpta.**

02. Un prisma recto tiene por base un trapecio isosceles cuyas bases miden 6 y 12 m y su altura mide 4 m. Hallar la longitud de la altura del prisma si su área total es equivalente al de un paralelepípedo rectángulo cuyas dimensiones son 4, 8 y 10 m.

a) 5, 67 m b) 8,29 m c) 3, 45 m

d) 5, 67 m e) 4, 78 m

Resolución:



El trapecio es isósceles, en donde:

$B'C' = 6\ m\ ;\ A'D' = 12\ m$ y su altura mide 4 m.

$\Rightarrow\ A'B' = C'D' = 5\ m$

Además el área total del prisma igual al área total de un paralelepípedo rectángulo, entonces:

$S = 2\left[(4)(8)+(8)(10)+(4)(10)\right]$

$S = 304\ m^2\ \ldots\ (\ I\ )$

Pero área total del prisma:

$S = 2(5)h + 6h + (12)h + 2\dfrac{(12+6)}{2}(4)$

$S = 28h + 72\ \ldots.\ (\ II\ )$

De (I) y (II):

$304 = 28h + 72$

$7h = 58 \Rightarrow h = \boxed{8,29\ m}$ **Rpta.**

03. En la figura mostrada se tienen dos troncos de prisma triangulares regulares. Halar la relación entre sus áreas laterales, si P, M y N son los puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$.

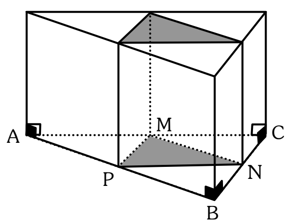
a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

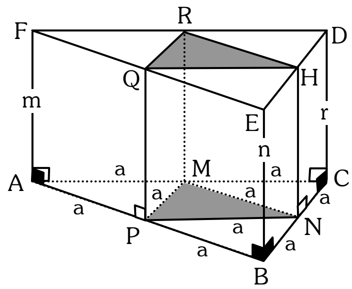
e) 5



Resolución:
De la figura:

$$S.L.(ABCDEF) = 2a(m+n+r) \;\ldots\; (\text{ I })$$

$$S.L.(PMNHRQ) = a(PQ+RM+HN) \;\ldots\; (\text{ II })$$



Pero:

$$PQ = \frac{m+n}{2}, \; RM = \frac{m+r}{2} \; y \; HN = \frac{n+r}{2}$$

Reemplazado en (II)

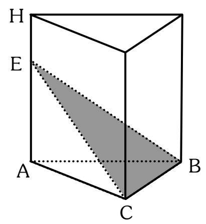
$$S.L.(PMNHRQ) = a(m+n+r) \;\ldots\; (\text{ III })$$

Dividiendo (I) $\div$ (III)

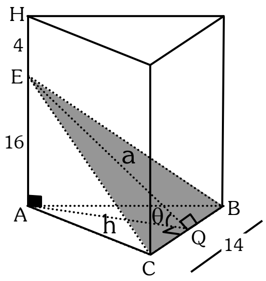
$$\frac{S.L.(ABCDEF)}{S.L.(PMNHRQ)} = \frac{2\,\cancel{a(m+n+r)}}{\cancel{a(m+n+r)}} = \boxed{2} \text{ Rpta.}$$

04. En la figura mostrada se tiene un prisma recto.
Si: $HE = 4$ m ; $AE = 16$ m y $BC = 14$ m y el área del triángulo CEB tiene 140 m^2. Calcular el volumen del prisma.

a) $1\,450 \text{ m}^3$
b) $1\,680 \text{ m}^3$
c) $1\,280 \text{ m}^3$
d) $1\,579 \text{ m}^3$
e) $1\,145 \text{ m}^3$



Resolución:



Datos: $\text{Area}(\Delta\, CEB) = 140 \text{ m}^2$
$HE = 4$ m ; $AE = 16$ m y $BC = 14$ m.
Se pide el volumen del prisma recto.

En el Δ CEB : $140 = \dfrac{14a}{2} \;\rightarrow\; a = 20$ m

En el triángulo rectángulo AEQ:

$$20^2 - 16^2 = h^2 \;\rightarrow\; h = 12 \text{ m.}$$

Luego:

$$V_P = \text{Area}(\Delta\, ABC)\,.\,20$$

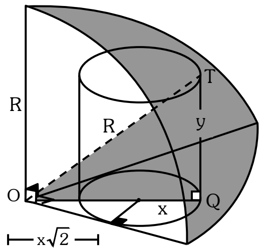
$$V_P = \frac{(14)(12)}{2}(20)$$

$$V_P = \boxed{1\,680 \text{ m}^3} \text{ Rpta.}$$

05. Calcular la longitud de la altura del cilindro recto de volumen máximo, inscrito en la octava parte de un esfera de radio igual a $4\sqrt{3}$ m .

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 8

Resolución:



Volumen del cilindro: $V = \pi x^2 y \;\ldots\ldots\; (\text{ I })$

En el triángulo rectángulo OTQ:

$$R^2 = \left(x + x\sqrt{2}\right)^2 + y^2$$

Pero: $R = 4\sqrt{3}$ Por dato

$$48 - y^2 = x^2\left(3 + 2\sqrt{2}\right)$$

$$x^2 = \frac{48 - y^2}{3 + 2\sqrt{2}} \;\ldots.\; (\text{ II })$$

Reemplazando (II) en (I)

$$V = \pi y\left(\frac{48 - y^2}{3 + 2\sqrt{2}}\right)$$

$$V = \frac{48\pi y}{3 + 2\sqrt{2}} - \frac{\pi y^3}{3 + 2\sqrt{2}}$$

Si el cilindro es de volumen máximo, entonces tenemos que derivar esta última expresión con respecto a "y" y luego igualar a cero.
Entonces:

$$\frac{dV}{dy} = \frac{48\pi}{3 + 2\sqrt{2}} - \frac{3\pi y^2}{3 + 2\sqrt{2}}$$

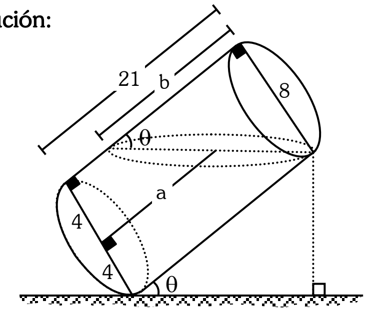
$$0 = \frac{48\pi}{3 + 2\sqrt{2}} - \frac{3\pi y^2}{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$0 = 16 - y^2 \Rightarrow y = \boxed{4} \text{ Rpta.}$$

06. En un cilindro de revolución el diámetro de la base mide 8 y su altura 21. Si este cilindro tiene sus seis séptimas partes con agua y desde su posición normal se le inclina hasta que el agua esté a punto de caer por el borde determinar el ángulo de inclinación en este instante.

a) 37°
b) 53°
c) 45°
d) 60°
e) 80°

Resolución:



Sea "V" el volumen del cilindro de revolución entonces:

$V = \pi(4)^2 \,.\, 21 \quad \ldots (\,I\,)$

Por dato: $\frac{6}{7}V = \pi(4)^2 .\, a \quad \ldots (\,II\,)$

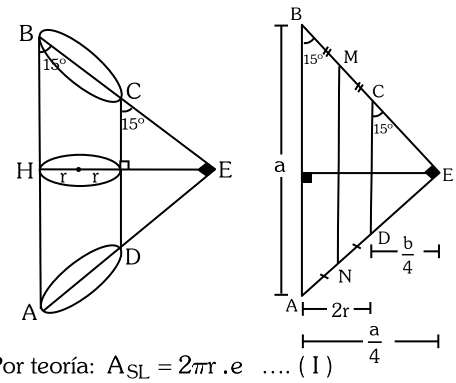
De (I) y (II): $a = 18 \Rightarrow b = 6$

En consecuencia: $\theta = \boxed{53^\circ}$ **Rpta.**

07. La figura mostrada es un tronco de cilíndro oblicuo cuyas bases están en planos perpendiculares. Si: $AB^2 - CD^2 = 64$.
Calcular el área lateral del sólido.

a) $8\pi\ u^2$ b) $3\pi\ u^2$ c) $5\pi\ u^2$
d) $7\pi\ u^2$ e) $12\pi\ u^2$

Resolución:



Por teoría: $A_{SL} = 2\pi r \,.\, e \quad \ldots (\,I\,)$

De la figura: $2r = \frac{a}{4} - \frac{b}{4} \quad \ldots\ldots (\,II\,)$

Además: $e = \frac{a+b}{2} \quad \ldots\ldots (\,III\,)$

Reemplazando (II) y (III) en (I)

$A_{SL} = \pi\left(\frac{a}{4} - \frac{b}{4}\right)\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{\pi}{8}\left(a^2 - b^2\right)$

Pero por dato: $a^2 - b^2 = 64$

$S_L = \boxed{8\pi\ u^2}$ **Rpta.**

08. Calcular el volumen de un cilindro recto, si la media armónica entre las longitudes del radio y la altura es $\frac{9}{5}$ y su área es 20π .

a) $8\pi\ u^3$ b) $9\pi\ u^3$ c) $5\pi\ u^3$
d) $4\pi\ u^3$ e) $3\pi\ u^3$

Resolución:

Sea r y h las longitudes del radio y la altura respectivamente.

Por dato:

$\frac{2rh}{r+h} = \frac{9}{5} \ \rightarrow\ r+h = \frac{10}{9}rh \quad \ldots\ldots (\,I\,)$

$2\pi r^2 + 2\pi rh = 20\pi$

$\rightarrow r(r+h) = 10 \quad \ldots (\,II\,)$

Reemplazando (I) en (II)

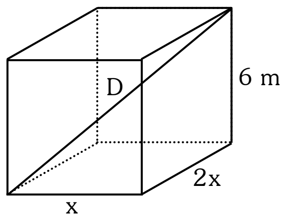
$\frac{10}{9}r^2h = 10 \ \rightarrow\ r^2h = 9$

Volumen del cilindro será: $V = \boxed{9\pi\ u^3}$ **Rpta.**

09. La altura de un prisma recto mide 6 m; su base es un rectángulo, en el que la longitud de uno de sus lados es el doble del contiguo; el área total es de $144\ m^2$ .Calcular la longitud de la diagonal del prisma.

a) 5 m b) 7 m c) 9 m
d) 8 m e) 10 m

Resolución:



Sea "x" la longitud de uno de los lados de la base, entonces la longitud del lado contiguo será 2x, entonces el área de las dos bases:

$2\ (x \,.\, 2x) = 4x^2$

Área lateral: $2(6 \,.\, x) + 2\ (2x.6) = 36x$

Por dato se tiene que:

$4x^2 + 36x = 144 \ \rightarrow\ x^2 + 9x - 36 = 0 \rightarrow x = 3$

Luego la longitud de la diagonal será:

$D^2 = x^2 + (2x)^2 + 6^2$

$D^2 = 3^2 + 6^2 + 6^2 \Rightarrow D = \boxed{9\ m}$ **Rpta.**