EJERCICIOS RESUELTOS DE MATRICES

1. Sea la matriz:

$$A=\begin{pmatrix}4 & 3 & 2 & 1\\ \pi & x & 9 & 5\\ 7 & 1 & 0 & -7\end{pmatrix}$$

I. ¿Cuál es el orden de la matriz A?
II. ¿Cuál es la tercera fila de la matriz A?
III. ¿Cuál es la cuarta columna de la matriz A?
IV. ¿Cuál es el elemento a_{23}?

Resolución:

I. Como la matriz tiene 3 filas y 4 columnas entonces la matriz será de orden 3×4

II. La tercera fila será $\begin{pmatrix}7 & 1 & 0 & -7\end{pmatrix}$

III. La cuarta columna es: $\begin{pmatrix}1\\ 5\\ -7\end{pmatrix}$

IV. Se pide elemento de la segunda fila y tercera columna que es 9

2. Calcular: "$a+b-c$"

$$\begin{pmatrix}2 & 7\\ 11 & 4\\ 5 & 9\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5 & 21\\ 15 & 14\\ 8 & 19\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c-21 & a\\ b & a-10\\ c-15 & c\end{pmatrix}$$

a) 26 b) 28 c) 42
d) 54 e) –26

Resolución:

→ Como las matrices del primer miembro tienen el mismo orden podemos sumarlas:

$$\begin{pmatrix}7 & 28\\ 26 & 18\\ 13 & 28\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c-21 & a\\ b & a-10\\ c-15 & c\end{pmatrix}$$

→ Ahora por igualdad de matrices:

- $7=c-21 \quad\Rightarrow c=28$
- $28=a$
- $b=26$

→ Luego nos piden:

$$a+b-c=28+26-28=\boxed{26}\ \textbf{Rpta.}$$

3. Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}x-3y & x\\ 1 & y\end{pmatrix}\quad;\quad B=\begin{pmatrix}2 & 6-y\\ 1 & 6-x\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}-4 & -8\\ 2 & 3\end{pmatrix}$$

Si: $A=B$; hallar traza de: $(3A+2C)$

a) 5 b) 9 c) 7
d) –2 e) 6

Resolución:

→ Por dato $A=B$.

$$\begin{pmatrix}x-3y & x\\ 1 & y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 6-y\\ 1 & 6-x\end{pmatrix}$$

→ Por igualdad de matrices:

- $x-3y=2 \quad \ldots(\text{I})$
- $x=6-y \quad \ldots(\text{II})$

→ Resolviendo (I) y (II)

$$\boxed{x=5}\ \wedge\ \boxed{y=1}$$

→ Entonces: $A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

→ Luego nos piden:

$$3A+2C=3\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}-4 & -8\\ 2 & 3\end{pmatrix}$$

$$3A+2C=\begin{pmatrix}6 & 15\\ 3 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-8 & -16\\ 4 & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 7 & 9\end{pmatrix}$$

→ La traza de está última será:

$$\text{Traz}(3A+2C)=(-2)+(9)=\boxed{7}\ \textbf{Rpta.}$$

4. El siguiente producto matricial:

$$\begin{pmatrix}2 & 9\\ 4 & 15\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7 & 11\\ 3 & 10\end{pmatrix}$$ Equivale a:

a) $\begin{pmatrix}41 & 112\\ 73 & 195\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}41 & 121\\ 37 & 195\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix}41 & 112\\ 73 & 194\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}40 & 110\\ 72 & 196\end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix}39 & 117\\ 73 & 159\end{pmatrix}$

Resolución:

→ Sea "C" la matriz producto igual a:

$$C=\begin{pmatrix}2 & 9\\ 4 & 15\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7 & 11\\ 3 & 10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14+27 & 22+90\\ 28+45 & 44+150\end{pmatrix}$$

$$C=\boxed{\begin{pmatrix}41 & 112\\ 73 & 194\end{pmatrix}}$$ **Rpta.**

5. Si:

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\text{ y }B=\begin{pmatrix}4 & 8 & 1\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix}$$

Hallar: $\text{Traz}(A\cdot B)$

a) 2 b) –2 c) 1
d) –1 e) 3

Resolución:

→ Sea C la matriz producto de A y B.

→ De acuerdo a la pregunta que nos hacen sólo nos piden la traza de la matriz producto para tal efecto sólo habrá que calcular los elementos de la diagonal principal.
Vale decir:

$$C=\begin{pmatrix}c_{11} & * & *\\ * & c_{22} & *\\ * & * & c_{33}\end{pmatrix}$$

→ Cálculo de lo elementos respectivos.

- $c_{11}=\begin{pmatrix}2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\ 2\end{pmatrix}=6$
- $c_{22}=\begin{pmatrix}-1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}8\\ -1\end{pmatrix}=-10$
- $c_{33}=\begin{pmatrix}0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ 3\end{pmatrix}=3$

→ Luego la traza será.

$$\text{Traz}(A\cdot B)=c_{11}+c_{22}+c_{33}=\boxed{-1}$$ **Rpta.**

6. Si: $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}$

Calcular: $\text{Traz}(A^2)$

a) 0 b) 2 c) 4
d) 6 e) 8

Resolución:

→ Veamos que:

$$A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}$$

$$A^2=\begin{pmatrix}4-1 & 2-2\\ -2+2 & -1+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$$

→ Luego la traza será:

$$\text{Tra}(A^2)=3+3=\boxed{6}$$ **Rpta.**

7. Sean las matrices: $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}m & 1\\ n & 5\end{pmatrix}$

Si A y B son matrices conmutables calcular "m+n"

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

→ Veamos por ser conmutables:

$$A\cdot B=B\cdot A$$

$$\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}m & 1\\ n & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}m & 1\\ n & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}(2m-n) & 2-5\\ 3m+n & 3+5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2m+3 & -m+1\\ 2n+15 & -n+5\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}(2m-n) & -3\\ 3m+n & 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2m+3 & -m+1\\ 2n+15 & -n+5\end{pmatrix}$$

→ Por igualdad de matrices.

$$-m+1=-3\Rightarrow m=4$$
$$-n+5=8\Rightarrow n=-3$$

→ Finalmente:

$$m+n=\boxed{1}$$ **Rpta.**

8. Señalar si las afirmaciones son verdaderas o falsas:

I. Si: $A=A^t\Rightarrow$ A es simétrica
II. $AB=BA$
III. $A+B=(A-C)+(B+C)$
IV. Si: $A^2=I\Rightarrow$ A es involutiva
V. Si: $A^2=A\Rightarrow$ A es idempotente

Siendo A, B y C matrices cuadradas.

a) VVFVV b) FVFVF c) VFVVV
d) VVVFF e) FFFVF

Resolución:

I. Veamos:

Sea:

$$A=\begin{pmatrix}1&2&5\\2&7&9\\5&9&0\end{pmatrix}\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix}1&2&5\\2&7&9\\5&9&0\end{pmatrix}$$

Por lo tanto: $A=A^t$; A es simétrica. (Verdadera)

II. En la parte teórica ya mencionada dijimos que el producto de matrices no necesariamente es conmutable; en general el producto de matrices no es conmutable:

Por lo tanto: $A\cdot B=B\cdot A$ (Falsa)

III. Veamos:

$A+B=(A-C)+(B+C)$

$A+B=(A+B)+(-C+C)$

$A+B=A+B+0$

$A+B=A+B$ (Verdadera)

IV. Este enunciado también ya se mencionó en la parte teórica

Por lo tanto: (Verdadera)

V. Este enunciado también ya se mencionó en la parte teórica

Por lo tanto: (Verdadera)

→ Finalmente: $\boxed{\text{VFVVV}}$ **Rpta.**

9. Si la matriz: $A=\begin{pmatrix}2&m\\1&n\end{pmatrix}$ es idempotente.

Calcular: $|m+n|$

a) 3 b) 6 c) 9
d) 12 e) 15

Resolución:

→ Por ser "A" una matriz idempotente.

$A^2=A$

$$\begin{pmatrix}2&m\\1&n\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&m\\1&n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&m\\1&n\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}4+m&2m+mn\\2+n&m+n^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&m\\1&n\end{pmatrix}$$

→ Por igualdad de matrices.

- $4+m=2 \Rightarrow m=-2$
- $2+n=1 \Rightarrow n=-1$

→ Nos piden: $|m+n|=|-3|=\boxed{3}$ **Rpta.**

10. Si A y B son matrices involutivas y se verifica:

$$AB=BA=\begin{pmatrix}3&6&0\\-2&1&2\\4&3&-5\end{pmatrix}$$

Hallar la suma de los elementos de la diagonal principal de la matriz.

$$J=(A+B)^2$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 5 e) 8

Resolución:

→ Por ser A y B matrices involutivas:

$$A^2=I \quad \text{y} \quad B^2=I$$

→ Desarrollemos "J"

$J=(A+B)(A+B)$

$J=A^2+AB+BA+B^2$ pero: $AB=BA$

$J=A^2+2AB+B^2$

→ Reemplazando los datos obtenidos.

$$J=I+2\begin{pmatrix}3&6&0\\-2&1&2\\4&3&-5\end{pmatrix}+I=2I+2\begin{pmatrix}3&6&0\\-2&1&2\\4&3&-5\end{pmatrix}$$

$$J=2\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&6&0\\-2&1&2\\4&3&-5\end{pmatrix}$$

$$J=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&12&0\\-4&2&4\\8&6&-10\end{pmatrix}$$

$$J=\begin{pmatrix}8&12&0\\-4&4&4\\8&6&-8\end{pmatrix}$$

→ Finalmente la suma de los elementos de la diagonal principal es:

$$S=(8)+(4)+(-8)=\boxed{4}\ \textbf{Rpta.}$$

11. Dada la siguiente ecuación matricial:

$(A^t+B)^t+2A-X=0$; donde:

$A=\begin{pmatrix}2&-1\\3&0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}-1&2\\1&1\end{pmatrix}$

Encontrar la matriz X e indicar su traza.

a) 11 b) 5 c) 6
d) 9 e) 3

Resolución:

→ Trabajando en la ecuación dada:

$$\left(A^t\right)^t + B^t + 2A - X = 0$$

$$A + B^t + 2A = X$$

$$X = 3A + B^t$$

→ Reemplazando las matrices A y B

$$X = 3\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t$$

$$X = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}$$

→ Finalmente su traza será:

$$\text{Traz}(X) = 5 + 1 = \boxed{6}$$ **Rpta.**

12. Dado: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

Además: $f(x) = x^2 - 5x + 3$

Dar la suma de los elementos de $f(A)$

a) 2 b) 3 c) 0
d) 18 e) 9

Resolución:

→ Como $f(x) = x^2 - 5x + 3$

→ Luego: $f(A) = A^2 - 5A + 3I$

→ Calculemos para continuar "A^2"

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+3 & -2-3 \\ -6-9 & 3+9 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -15 & 12 \end{pmatrix}$$

→ Ahora si continuamos:

$$f(A) = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -15 & 12 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f(A) = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -15 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 5 \\ 15 & -15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f(A) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

→ Nos piden la suma de sus elementos:

$$S = \boxed{0}$$ **Rpta.**

13. Resolver:

$$\begin{vmatrix} x+1 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 + x$$

a) 1 b) 3 c) 2
d) 6 e) 11

Resolución:

→ Reduciendo el determinante del primer miembro.

$$2(x+1) - (-3) = 8 + x$$

→ Efectuando: $2x + 2 + 3 = 8 + x$

→ Finalmente: $x = \boxed{3}$ **Rpta.**

14. Dada la matriz transpuesta:

$$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcular el: $\det\left(A^{12}\right)$

a) 0 b) –1 c) 1
d) 2 e) –12

Resolución:

→ Lo que nos piden también se puede expresar de la siguiente forma:

$$\left|A^{12}\right| = \left|A^t\right|^{12}$$

→ Calculemos el determinante de la matriz "A^t"

$$\left|A^t\right| = 1 - 0 = 1$$

→ Luego: $\left|A^t\right|^{12} = 1^{12} = \boxed{1}$ **Rpta.**

15. Hallar "x" en:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 7 & 3 & x \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 15$$

a) 7 b) 9 c) 3
d) 10 e) 2

Resolución:

→ Reduciendo el determinante del primer miembro.

$$\begin{array}{ccc|cc} & & - & - & - \\ 3 & 2 & 5 & 3 & 2 \\ 7 & 3 & x & 7 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 2 \\ & & + & + & + \end{array} = 15$$

$$(27 + 8x + 70) - (60 + 6x + 42) = 15$$

$$2x = 20 \Rightarrow x = \boxed{10}$$ **Rpta.**

16. Sea una matriz de orden 2 cuyo determinante es 4 y la diferencia entre la suma de los elementos de la diagonal principal y los elementos de la diagonal secundaria es 8. Si se suma x a cada elemento de la matriz A, su determinante resulta ser –4. Halle x:

a) 4 b) 5 c) 3
d) 2 e) –1

Resolución:

→ Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}_{2\times 2}$

→ Por dato su determinante es 4.

$$|A| = ad - bc = 4$$

→ También por dato:

$$(a+d)-(b+c)=8$$

→ Luego también tenemos que:

$$\begin{vmatrix} x+a & x+b \\ x+c & x+d \end{vmatrix} = -4$$

$$(x+a)(x+d)-(x+b)(x+c)=-4$$

$$x^2+(a+d)x+ad-\left[x^2+(b+c)x+bc\right]=-4$$

→ Eliminando el término "x^2"

$$(a+d)x-(b+c)x+ad-bc=-4$$

$$[(a+d)-(b+c)]x+(ad-bc)=-4$$

→ Reemplazando los valores obtenidos anteriormente.

$$8x+4=-4$$

$$x=\boxed{-1}$$ **Rpta.**

17. Si: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=2$, hallar el valor de:

$$\begin{vmatrix} 2+a & b \\ 2+c & d \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & d \\ 1 & b \end{vmatrix}$$

a) –2 b) –1 c) 0
d) 1 e) 2

Resolución:

→ De la condición:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=2 \qquad \ldots(I)$$

→ Transformando lo que nos piden:

$$\begin{vmatrix} 2 & b \\ 2 & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}+2\begin{vmatrix} 1 & d \\ 1 & b \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & b \\ 2 & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 2 & d \\ 2 & b \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & b \\ 2 & d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}-\begin{vmatrix} 2 & b \\ 2 & d \end{vmatrix}$$

→ Reduciendo: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

→ Para terminar: $\boxed{2}$ **Rpta.**

18. Dadas las matrices: $B=\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ y la matriz Identidad "I" dos por dos y sea "r" un número real, tal que el determinante: $|B-rI|=0$

Los valores de "r" son:

a) 4 y 4 b) 0 y 8 c) 4 y 0
d) 2 y 4 e) 8 y 2

Resolución:

→ Calculemos la matriz: "$Br-I$"

$$B-rI=\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}-r\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix}$$

$$B-rI=\begin{pmatrix} 4-r & 4 \\ 4 & 4-r \end{pmatrix}$$

→ Calculemos el determinante de esta última.

$$|B-rI|=\begin{vmatrix} 4-r & 4 \\ 4 & 4-r \end{vmatrix}=0$$

$$(4-r)^2-16=0$$

$$(4-r)^2=16$$

$$4-r=\pm 4$$

- Para: $+4$: $4-r=4 \Rightarrow r=0$
- Para: -4 : $4-r=-4 \Rightarrow r=8$

→ Finalmente: $\boxed{0 \text{ y } 8}$ **Rpta.**

19. Sea la matriz: $M=\begin{pmatrix} x^2 & -3 \\ x & 1 \end{pmatrix}$

Tal que: $\det(M)=4$; Luego M^2 será:

a) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 16 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$

Resolución:

→ Por dato: $|M|=4$

→ Calculando: $x^2+3x=4$

→ Transponiendo términos: $x^2+3x-4=0$

→ Resolviendo por aspa simple:

$$\boxed{x=-4} \qquad \boxed{x=1}$$

→ Luego tomamos el valor de "$x=1$"

→ La matriz M será: $M=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

→ Ahora calculemos M^2

$$M^2=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}}$$ **Rpta.**

20. Calcular "x" de modo que la matriz:

$\Delta=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & x & 3 \\ 4 & 1 & -x \end{pmatrix}$, no tenga inversa

a) 1 b) 2 y 1 c) 3 y 1
d) 4 y 2 e) 5

Resolución:

→ Para que esta matriz no tenga inversa será necesario $|\Delta| = 0$.

→ Entonces haciendo cumplir lo mencionado:

$$\left|\begin{matrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & x & 3 \\ 4 & 1 & -x \end{matrix}\right|\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & x \\ 4 & 1 \end{matrix} = 0$$

→ Efectuando: $\left(-x^2+0+0\right)-(-4x+3)=0$

→ Reduciendo: $-x^2+4x-3=0$

→ Cambiando de signo: $x^2-4x+3=0$

→ Resolviendo por aspa simple: $x = 3$ y $x=1$

$\boxed{3 \text{ y } 1}$ **Rpta.**

21. Hallar los valores de "α" para los cuales la matriz.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 7 \\ \alpha & \alpha+2 & \alpha-2 \\ 4 & \alpha & 8 \end{vmatrix}\text{; es singular}$$

a) $\left\{-\frac{4}{3};3\right\}$ b) $\left\{-3;\frac{4}{3}\right\}$ c) $\left\{4;-\frac{4}{3}\right\}$

d) $\left\{-4;\frac{3}{2}\right\}$ e) $\left\{-\frac{1}{3};-4\right\}$

Resolución:

→ Para que sea singular implica que este determinante sea cero.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 7 \\ \alpha & \alpha+2 & \alpha-2 \\ 4 & \alpha & 8 \end{vmatrix} = 0$$

→ Resolviendo por la fórmula de LAPLACE:

- $1\cdot\begin{vmatrix} \alpha+2 & \alpha-2 \\ \alpha & 8 \end{vmatrix} - (-2)\begin{vmatrix} \alpha & \alpha-2 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} + 7\cdot\begin{vmatrix} \alpha & \alpha+2 \\ 4 & \alpha \end{vmatrix} = 0$
- $8(\alpha+2)-\alpha(\alpha-2)+2\left(8\alpha-4(\alpha-2)\right)+7\left(\alpha^2-4\alpha-8\right)=0$

→ Efectuando:

$$8\alpha+16-\alpha^2+2\alpha+2(4\alpha+8)+7\alpha^2-28\alpha-56=0$$

→ Reduciendo:

$$6\alpha^2-10\alpha-24=0$$
$$3\alpha^2-5\alpha-12=0$$

→ Por aspa simple: $\alpha=-\frac{4}{3}$ y $\alpha = 3$

$\boxed{\left\{-\frac{4}{3};3\right\}}$ **Rpta.**

22. Encontrar la Inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -\frac{7}{2} & 3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 8 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -7 & -4 \end{pmatrix}$

Resolución:

→ Haciendo uso de la propiedad ya mencionada en la parte teórica:

→ Pero antes calcularemos el determinante de la matriz A:

$$|A| = 12-14=-2$$

→ Luego la matriz inversa será:

$$A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \boxed{\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}}$$ **Rpta.**

23. Hallar: $|A^{-1}|$

Si: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

a) $\frac{5}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2}$

d) -1 e) 0

Resolución:

→ Por propiedad:

$$|A^{-1}| = |A|^{-1} \qquad \cdots(\alpha)$$

→ Luego calculemos el determinante de A.

$$|A| = 4-6=-2$$

→ Ahora en "α"

$|A^{-1}| = (-2)^{-1} = \boxed{-\frac{1}{2}}$ **Rpta.**

24. Si: $B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. Hallar: $(AB)^{-1}$

a) $\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 15 & 23 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1/2 & 10 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 21 & 23 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 21 & 23 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 11 & 7 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

Resolución:

$\rightarrow$ Veamos que: $\boxed{(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}}$

$\rightarrow$ Entonces reemplazando los datos:

$$(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 21 & 23 \end{pmatrix}}$$ **Rpta.**

26. Dada la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & -11 \\ -3 & -6 & 2 \\ 5 & 7 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$ reemplazamos en vez de 7

el elemento C_{32} de la matriz cofactores de "A" es:

a) 45 b) –12 c) 41

d) –41 e) –45

Resolución:

$$C_{32} = -[(-4)2 - (-3)\cdot(-11)]$$

$$= -[-8 - 33] = -(-41) = \boxed{41}$$ **Rpta.**