EJERCICIOS RESUELTOS DE INECUACIONES

1. Al resolver la inecuación:

$$\frac{3x}{2}+\frac{1}{2}<\frac{2x}{3}-\frac{1}{4}\ ;\ \text{se obtiene:}$$

a) $]-\infty;-9[$ b) $]-\infty;-9]$

c) $[-9;+\infty[$ d) $]-9;+\infty[$

e) ϕ

Resolución:

→ Multiplicando a la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores que es 12.

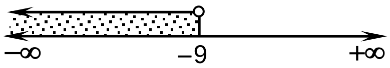
$$\frac{12(3x)}{4}+\frac{12(1)}{2}<\frac{12(2x)}{3}-\frac{12(1)}{4}$$

$$9x+6<8x-3$$

$$9x-8x<-3-6$$

$$x<-9$$

→ Gráficamente:



→ Finalmente:

$$x\in\boxed{]-\infty;-9]}\ \textbf{Rpta.}$$

2. Al resolver la inecuación:

$$3(x+1)-\frac{1}{2}\geq\frac{x-2}{4}+3x-5\ ;\ \text{se obtiene:}$$

a) $[32,\infty[$ b) $]32,\infty[$

c) $]-\infty,32]$ d) $]-\infty,-32[$

e) ϕ

Resolución:

→ Similar al problema anterior, multipliquemos por 4.

$$4[3(x+1)]-\frac{4(1)}{2}\geq\frac{4(x-2)}{4}+4(3x-5)$$

$$12x+12-2\geq x-2+12x-20$$

→ Operando y eliminando el término $12x$ en ambos miembros, se obtiene.

$$10\geq x-22$$

$$-x\geq-22-10$$

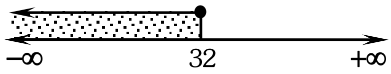
$$-x\geq-32$$

→ Dividiendo entre (-1), el sentido de la desigualdad se invierte:

$$\frac{-x}{-1}\leq\frac{-32}{-1}$$

$$x\leq 32$$

→ Gráficamente



→ Finalmente

$$x\in\boxed{]-\infty\ ;\ 32]}\ \textbf{Rpta.}$$

3. Cuántos valores enteros de "x" satisfacen:

$$2x-5<x+3<3x-7$$

a) 1 b) 2 c) 3

d) 5 e) 4

Resolución:

→ Resolveremos por partes:

$$\underbrace{2x-5<\overbrace{x+3}^{\text{II}}}_{\text{I}}\overbrace{<3x-7}$$

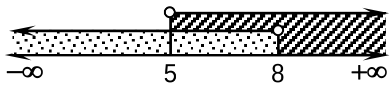
→ Primero "I"

$$2x-5<x+3 \qquad \Rightarrow x<8$$

→ Segundo "II"

$$x+3<3x-7 \qquad \Rightarrow x>5$$

→ Graficando ambas soluciones:



→ Luego:

$$x\in\langle 5\ ;\ 8\rangle$$

→ Los enteros del conjunto solución serian únicamente:

$$\text{Enteros}=\{6\ ;\ 7\}$$

→ Finalmente sólo existen

$\boxed{2}$ enteros del conjunto solución **Rpta.**

4. Hallar la suma de los enteros que verifican:

$$4(x-3)<7(x+2) \qquad \ldots(\text{I})$$

$$4(2x-5)<3x+8 \qquad \ldots(\text{II})$$

a) –20 b) –21 c) –22

d) 20 e) –23

Resolución:

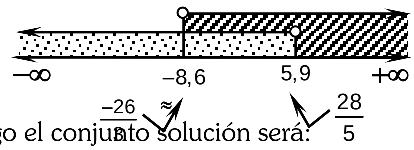
→ Resolviendo (I)

$$4x - 12 < 7x + 14$$
$$-3x < 26$$
$$\boxed{x > -\frac{26}{3}}$$

→ Resolviendo (II)

$$8x - 20 < 3x + 8$$
$$5x < 28$$
$$\boxed{x < \frac{28}{5}}$$

→ Graficando las soluciones:



→ Luego el conjunto solución será:

$$\langle -8{,}6\ ;\ 5{,}9 \rangle$$

→ Ahora los enteros solución serían:

$$E = \{-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

→ Finalmente la suma de estos enteros será:

$$S_{enteros} = \boxed{-21}\ \textbf{Rpta.}$$

5. Calcular el menor valor entero que satisface:

$$\frac{7}{2} > \frac{1-4x}{5} > \frac{1}{2}$$

a) –8 b) –2 c) –3
d) –10 e) –4

Resolución:

→ Multiplicando por "10" al sistema:

$$\frac{10(7)}{2} > \frac{10(1-4x)}{5} > \frac{10(1)}{2}$$
$$35 > 2 - 8x > 5$$

→ Resolviendo por partes:

$$\underbrace{35 > 2 - 8x}_{\text{I}} \overbrace{\ > 5}^{\text{II}}$$

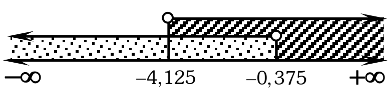
→ Resolviendo "I"

$$35 > 2 - 8x \Rightarrow x > -\frac{33}{8} = -4{,}125$$

→ Resolviendo "II"

$$2 - 8x > 5 \Rightarrow x < -\frac{3}{8} = -0{,}375$$

→ Graficando:



→ El conjunto solución será:

$$\langle -4{,}125\ ;\ -0{,}375 \rangle$$

→ Finalmente el menor entero será:

$$\text{Menor}_{entero} = \boxed{-4}\ \textbf{Rpta.}$$

6. Resolver:

$$2x + 10 \le 2x + 12 < x + 11$$

a) $x < -1$ b) $x > -1$ c) $x > 1$
d) $x < 1$ e) ϕ

Resolución:

→ Como ya vimos en los problemas anteriores, lo resolveremos por partes:

$$\underbrace{2x + 10 \le 2x + 12}_{\alpha} \overbrace{\ < x + 11}^{\beta}$$

→ Primero "α"

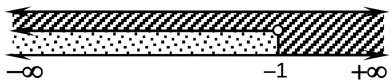
$$2x + 10 \le 2x + 12 \quad \Rightarrow \quad 10 \le 12$$

De esta inecuación se tiene que "$x \in \mathbb{R}$"

→ Segundo "β"

$$2x + 12 < x + 11 \quad \Rightarrow \quad x < -1$$

→ Gráficamente:



→ Finalmente el conjunto solución vendrá dado por, la intersección:

$$x \in \langle -\infty\ ;\ -1 \rangle \text{ ó } \boxed{x < -1}\ \textbf{Rpta.}$$

7. Dado $-8 < x - 10 < -6$. Calcular $a + b$

$$\text{Si: } a < \frac{1}{2}(3x + 4) < b$$

a) 13 b) 11 c) 10
d) 23 e) 9

Resolución:

→ Trabajaremos a partir de:

$$-8 < x - 10 < -6$$

→ Sumando $(+10)$ a cada miembro:

$$-8 + (10) < x - 10 + (10) < -6 + (10)$$
$$2 < x < 4 \qquad \cdots(\alpha)$$

→ Ahora lo que haremos será transformar ésta última hasta llegar a tener $\frac{1}{2}(3x+4)$

→ Primero: multipliquemos por (3) a "α"

$$3(2)<3(x)<3(4)$$
$$6<3x<12$$

→ Segundo: sumando 4 a cada miembro.

$$6+4<3x+4<12+4$$
$$10<3x+4<16$$

→ Tercero: dividiendo entre 2 a cada miembro.

$$\frac{10}{2}<\frac{3x+4}{2}<\frac{16}{2}$$
$$5<\frac{1}{2}(3x+4)<8$$

→ Luego comparemos con el dato:

$$a<\frac{1}{2}(3x+4)<b$$

→ Finalmente obtendremos:

$$a=5 \;\wedge\; b=8$$

→ Para terminar: $a+b=\boxed{13}$ **Rpta.**

8. Determinar el conjunto solución de:

$$x^2-x-6<0$$

a) $[-2;3]$ b) $[-2;3[$ c) $]-2;3[$
d) $]-\infty;3]$ e) $]-2;+\infty[$

Resolución:

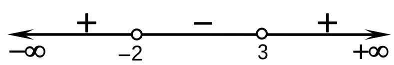
→ El primer miembro es factorizable por aspa simple:

$$(x-3)(x+2)<0$$

→ Los puntos críticos como ya vimos anteriormente se obtendrán igualando cada factor a cero:

$$x=3 \;\wedge\; x=-2$$

→ Ubicándolos en eje numérico:



→ La solución vendrá dada por los campos negativos:

$$x\in\langle -2\,;3\rangle \text{ ó } \boxed{]-2\,;3[}$$ **Rpta.**

9. Resolver:

$$x^2-8x+12>0$$

a) $\langle -\infty;2\rangle\cup\langle 6;+\infty\rangle$ b) $\langle -\infty;6\rangle$
c) $\langle -\infty;1\rangle\cup\langle 6;+\infty\rangle$ d) $\langle 2;+\infty\rangle$
e) $\langle -\infty;-2\rangle\cup\langle 6;+\infty\rangle$

Resolución:

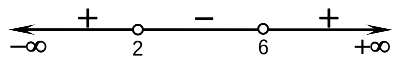
→ El primer miembro es factorizable por aspa simple:

$$(x-6)(x-2)>0$$

→ Los puntos críticos como ya vimos anteriormente se obtendrán igualando cada factor a cero:

$$x=6 \;\wedge\; x=2$$

→ Ubicándolos en el eje numérico:



→ La solución vendrá dada por los campos positivos:

$$x\in \boxed{\langle -\infty\,;2\rangle \cup \langle 6\,;+\infty\rangle}$$ **Rpta.**

10. La solución de la inecuación:

$$-x^2+8x-7>0 \text{ ; es:}$$

a) $-\infty<x<+\infty$ b) $-1<x<7$
c) $-1<x<1$ d) $0<x<7$
e) $1<x<7$

Resolución:

→ Multiplicando por (-1) en el sentido cambia.

$$x^2-8x+7<0$$

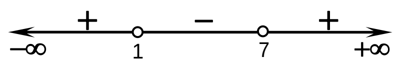
→ El primer miembro es factorizable por aspa simple:

$$(x-7)(x-1)<0$$

→ Los puntos críticos como ya vimos anteriormente se obtendrán igualando cada factor a cero:

$$x=7 \;\wedge\; x=1$$

→ Ubicándolos en el eje numérico:



→ La solución vendrá dada por los campos negativos:

$$x\in \boxed{\langle 1\,;7\rangle}$$ **Rpta.**

11. Resolver:

$$x(3x+2)<(x+2)^2$$

a) $\langle 1;2\rangle$ b) $\langle -1;2\rangle$ c) $\langle -1;1\rangle$
d) $\langle 1;3\rangle$ e) $\langle 0;2\rangle$

Resolución:

→ Efectuando los productos indicados:

$$3x^2+2x<x^2+4x+4$$

$$2x^2-2x-4<0$$

→ Extrayendo la mitad a toda la inecuación:

$$x^2-x-2<0$$

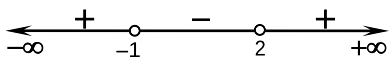
→ El primer miembro es factorizable por aspa simple:

$$(x-2)(x+1)<0$$

→ Los puntos críticos como ya vimos anteriormente se obtendrán igualando cada factor a cero:

$$x=2 \quad \wedge \quad x=-1$$

→ Ubicándolos en el eje numérico:



→ La solución vendrá dada por los campos negativos:

$$x\in \boxed{\langle -1\,;2\rangle} \ \textbf{Rpta.}$$

12. Resolver: $x^3>x$

a) $-2>x>1$ b) $-1<x<1$

c) $0<x<1$ d) $-1<x<0, x>1$

e) $0<x<1\,, x>2$

Resolución:

→ Transponiendo el término "x" al primer miembro:

$$x^3-x>0$$

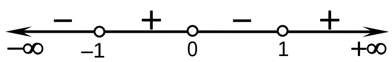
→ Factorizando el primer miembro:

$$x(x+1)(x-1)>0$$

→ Los puntos críticos como ya vimos anteriormente se obtendrán igualando cada factor a cero:

$$x=0 \quad ; \quad x=-1 \quad ; \quad x=1$$

→ Ubicándolos en el eje numérico:



→ La solución vendrá dada por los campos positivos:

$$x\in \boxed{\langle -1;0\rangle \cup \langle 1;+\infty\rangle} \ \textbf{Rpta.}$$

13. Al resolver: $15x^2-29x-14<0$

se obtiene: $C.S.=\langle a;\ b\rangle$. Halle $a+b+\dfrac{1}{15}$

a) 2 b) 29/15 c) 31/15

d) 30 e) 1

Resolución:

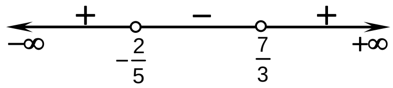
→ El primer miembro es factorizable por aspa simple:

$$(3x-7)(5x+2)<0$$

→ Los puntos críticos como ya vimos anteriormente se obtendrán igualando cada factor a cero:

$$x=\frac{7}{3} \ \wedge \ x=-\frac{2}{5}$$

→ Ubicándolos en el eje numérico:



→ La solución vendrá dada por los campos negativos:

$$C.S.=\left\langle -\frac{2}{5}\,;\frac{7}{3}\right\rangle$$

→ Este último resultado comparándolo con el dato:

$$C.S.=\langle a\,;\,b\rangle$$

→ De donde tendremos que:

$$a=-\frac{2}{5} \qquad \wedge \qquad b=\frac{7}{3}$$

→ Finalmente:

$$a+b+\frac{1}{15}=\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{7}{3}\right)+\frac{1}{15}=\boxed{2} \ \textbf{Rpta.}$$

14. Resolver:

$$\frac{x+6}{x(x+4)}\geq 0$$

a) $[-6\,;-4]\cup[0\,;+\infty\rangle$

b) $[-6\,;-4\rangle\cup\langle 0\,;+\infty\rangle$

c) $\langle -6{,}0\rangle$

d) $\langle -\infty\,;-6]\cup\langle -4\,;0\rangle$

e) $[-6\,;0\rangle$

Resolución:

→ Se trata de una inecuación fraccionaria, para lo cual recordemos los siguientes pasos para resolver:

1. Todos los términos se deben encontrar en el primer miembro.
2. El primer miembro debe estar completamente factorizado, es decir, el numerador y el denominador.
3. Los coeficientes principales de sus factores deben ser positivos.
4. Los factores del denominador se trasladan al numerador, pero se les debe tomar como factores abiertos, es decir, que los puntos críticos que se originen a partir de éstos no serán considerados parte de la solución.
5. Luego se pasa a resolver por el método de puntos de corte o puntos críticos.

→ Veamos para nuestro problema, que casi cumple con todos los requisitos para su solución, solamente faltaría aplicar el cuarto y quinto paso, entonces hagámoslo.

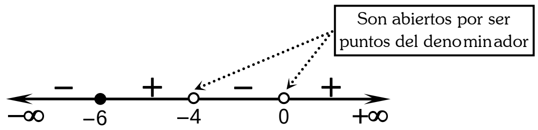
→ Llevando los factores del denominador al numerador.

$$\overbrace{x(x+4)}^{\text{Abiertos}}(x+6)\geq 0$$

→ Ahora encontremos los puntos críticos:

$x=0$; $x=-4$; $x=-6$

→ Ubicándolos en la recta numérica:



→ La solución vendrá dada por los campos positivos.

$$x\in \boxed{[-6\,;-4\rangle \cup \langle 0\,;+\infty\rangle}$$ **Rpta.**

15. Resolver: $\dfrac{2x-3}{x-2}\geq 3$

a) $[2,3]$ b) $]2;3[$ c) $]2,3]$

d) $[2,3[$ e) $\langle 2\,;3]$

Resolución:

→ Llevando todo al primer miembro: $\dfrac{2x-3}{x-2}-3\geq 0$

→ Operando: $\dfrac{(2x-3)-3(x-2)}{x-2}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{-x+3}{x-2}\geq 0$

→ Multiplicado por (-1) al numerador el sentido de la desigualdad cambia:

$$\frac{x-3}{x-2}\leq 0$$

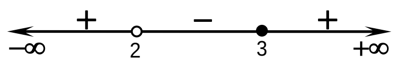
→ Llevando el denominador al numerador:

$$\overbrace{(x-2)}^{\text{Abierto}}(x-3)\leq 0$$

→ Los puntos críticos serán:

$x=2$ $\wedge$ $x=3$

→ Ubicándolos en la recta numérica:



→ Finalmente el conjunto solución:

$$x\in \boxed{\langle 2\,;3]}$$ **Rpta.**

16. Determinar el conjunto solución de: $\dfrac{1}{x}\leq x$

a) $(-\infty;-1]\cup(0;1]$ b) $[-1;0)\cup[1;+\infty)$

c) $(0;1]$ d) $(-\infty;-1)\cup[0;1)$

e) $(-1;0]\cup(1;+\infty)$

Resolución:

→ Llevando todo al primer miembro:

$$\frac{1}{x}-x\leq 0$$

→ Operando: $\dfrac{1-x^2}{x}\leq 0$

→ Multiplicando por (-1) al numerador el sentido de la desigualdad cambia.

$$\frac{x^2-1}{x}\geq 0$$

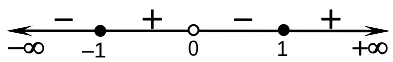
→ Llevando el denominador al numerador:

$$\overset{\text{Abierto}}{x}\;(x+1)(x-1)\geq 0$$

→ Los puntos críticos serán:

$x=0$; $x=-1$; $x=1$

→ Ubicándolos en la recta numérica:



→ Finalmente el conjunto solución:

$$x\in \boxed{[-1\,;0)\cup[1\,;+\infty)}$$ **Rpta.**

17. El conjunto solución de: $\dfrac{25}{x^2}\geq 1$; es:

a) $[-5;5]$ b) $(-5;5)$

c) $[-5;5]-\{0\}$ d) $(-\infty;-5]\cup(0;5]$

e) $[-5;0)\cup[0;5]$

Resolución:

→ Llevando todo al primer miembro:

$$\frac{25}{x^2}-1\geq 0$$

→ Operando: $\dfrac{25-x^2}{x^2}\geq 0$

→ Multiplicando por (-1) al numerador el sentido de la desigualdad cambia:

$$\frac{x^2-25}{x^2}\leq 0$$

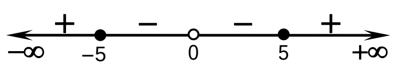
→ Llevando el denominador al numerador:

$$\overset{\text{Abierto}}{x^2}\;(x+5)(x-5)\leq 0$$

→ Los puntos críticos serán:

$x=0$; $x=-5$; $x=5$

→ Ubicándolos en la recta numérica:



→ Finalmente el conjunto solución:

$$x\in \boxed{[-5\,;5]-\{0\}}$$ **Rpta.**

NOTA

Cuando un factor está elevado a un exponente "par" el campo que le sigue mantiene el signo del campo anterior.

18. Determine cuántos valores enteros de k satisface la siguiente inecuación para que se verifique para todo $x \in \mathbb{R}$

$$x^2 - \sqrt{k-3}\,x + 5 > 0$$

a) 19 b) 21 c) 22
d) 23 e) 20

Resolución:

→ Para que este trinomio se verifica para cualquier valor real de su variable deberá cumplir lo siguiente:

$b^2 - 4ac < 0$ (Discriminante menor que cero)

→ Del primer miembro veamos que:

$a = 1 \quad ; \quad b = -\sqrt{k-3} \quad ; \quad c = 5$

→ Reemplazando:

$$\left(-\sqrt{k-3}\right)^2 - 4(1)(5) < 0 \quad \wedge \quad k-3 \geq 0$$
$$|k-3| - 20 < 0 \quad \wedge \quad k-3 \geq 0$$
$$|k-3| < 20 \quad \wedge \quad k \geq 3$$

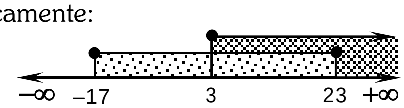
→ Luego por propiedad: $|x| < a \quad ; \quad a > 0$

$$-a < x < a$$

→ Aplicando la propiedad:

$$-20 < k-3 < 20 \quad \wedge \quad k \geq 3$$
$$-17 \leq k \leq 23 \quad \wedge \quad k \geq 3$$

→ Gráficamente:



→ Luego:

$$k \in [3\,;\,23]$$

→ Los enteros de este conjunto serán:

$$E = \{3,4,5,\cdots 22,23\}$$

→ El número de enteros vendrá dado por:

$$\#E = \frac{23-3}{1} + 1 = \boxed{21} \textbf{ Rpta.}$$

19. El conjunto solución de la ecuación:

$$\sqrt{x^2+5x+4} \geq \sqrt{x+4} \text{ ; es:}$$

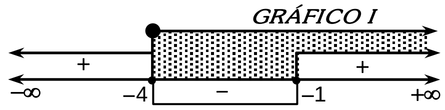
a) $\langle -\infty, -4] \cup [0, +8\rangle$ b) $[0, +\infty\rangle$
c) $\langle -\infty, -4] \cup \{4\}$ d) $[0, +\infty\rangle \cup \{-4\}$
e) $[-4, 0] \cup \{4\}$

Resolución:

→ Primeramente veamos los universos:

$$x^2+5x+4 \geq 0 \quad \wedge \quad x+4 \geq 0$$
$$(x+4)(x+1) \geq 0 \quad \wedge \quad x \geq -4$$

→ Veamos su solución gráfica:



$$x \in [-1; +\infty\rangle \cup \{-4\}$$

→ Luego trabajando en la inecuación inicial, buscando eliminar las raíces y resolver.

$$\sqrt{x^2+5x+4} \geq \sqrt{x+4}$$

→ Elevando al cuadrado.

$$x^2+5x+4 \geq x+4$$

→ Transponiendo términos: $x^2+4x \geq 0$

→ Factorizando: $x(x+4) \geq 0$

→ Graficando:

$$x \in \langle -\infty, -4] \cup [0, +\infty\rangle$$

→ Luego de la intersección de la solución del gráfico I y II

$$x \in \boxed{[0; +\infty\rangle \cup \{-4\}} \textbf{ Rpta.}$$

20. Dar el conjunto solución de:

$$\frac{x^2+x+1}{x(x-1)(x+2)} \leq 0$$

a) $x \in \mathbb{R}$ b) $\forall\ x \in \mathbb{R} - \{-2\}$
c) $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ d) $\langle -\infty; -2\rangle \cup \langle 0; 2\rangle$
e) $[-4; 0] \cup \{4\}$

Resolución:

→ Veamos que $x^2+x+1 > 0$, este trinomio dicho de otra manera es positivo para cualquier valor de "x", ya que cumple lo siguiente:

$$1^2 - 4(1)(1) = -3 < 0$$

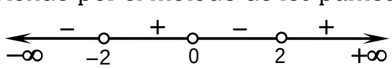
→ Entonces podríamos dividirlo:

$$\frac{1}{x(x-1)(x+2)} \leq 0$$

→ Luego llevando los factores del denominador al numerador:

$$x(x-2)(x+2) \leq 0$$

→ Resolviendo por el método de los puntos críticos.



$$x \in \boxed{\langle -\infty; -2\rangle \cup \langle 0, 2\rangle} \textbf{ Rpta.}$$

21. Dar el conjunto solución de:

$$\frac{x+1}{x^2+1} \geq \frac{1}{x+1}$$

a) $\langle -1\,,0\rangle$ b) $\langle -\infty\,,-1]\cup[0\,,+\infty[$

c) $[0,+\infty\rangle$ d) $\langle -\infty\,,-1\rangle\cup[0\,,+\infty\rangle$

e) $[-1\,,0]$

Resolución:

→ Observemos que: $x^2+1>0$, entonces podemos multiplicarlo:

$$(x+1) \geq \frac{x^2+1}{x+1}$$

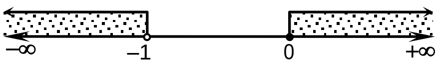
→ Transponiendo términos: $(x+1)-\dfrac{x^2+1}{x+1} \geq 0$

→ Operando las fracciones: $\dfrac{(x+1)^2-x^2-1}{x+1} \geq 0$

→ Simplificando: $\dfrac{2x}{x+1} \geq 0$

→ Finalmente: $x(x+1) \geq 0$

→ Por el método de los puntos críticos:



$x \in \boxed{\langle -\infty,-1\rangle\cup[0,+\infty\rangle}$ **Rpta.**

22. Hallar el complemento del intervalo al cual pertenece "x" en:

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x+6} < 3$$

a) $x \in$ □ b) $[-3,3]$ c) $\langle -3,3\rangle$

d) 2 e) □

Resolución:

→ Como $x^2+2x+6>0$, porque.

$$2^2-4(1)(6)=-20<0$$

→ En la inecuación inicial.

$$x^2-3x+2<3(x^2+2x+6)$$

$$x^2-3x+2<3x^2+6x+18$$

$$-2x^2-9x-16<0$$

$$2x^2+9x+16>0$$

- Observe que: $2x^2+9x+16>0$
- Pues: $9^2-4(2)(16)=-47<0$

→ Entonces en la inecuación:

$$2x^2+9x+16>0$$

La solución será: $x \in$ □ **Rpta.**

23. A qué intervalo pertenece "x" si:

$$M=\sqrt[3]{2x\sqrt[3]{2x\sqrt[3]{2x......\infty}}}\quad ;\quad M \in \langle 4,6\rangle$$

a) $\langle 16,36\rangle$ b) $\langle 8,36\rangle$ c) $\langle 18,36\rangle$

d) $\langle 8,18\rangle$ e) $\langle 4,18\rangle$

Resolución:

→ Sea:

$$M=\sqrt[3]{2x\sqrt[3]{2x\sqrt[3]{2x......\infty}}}$$

$$M=\sqrt[3]{2x\underbrace{\sqrt[3]{2x\sqrt[3]{2x\sqrt[3]{2x\cdots}}}}_{M}}$$

$$M=\sqrt[3]{2xM}$$

$$M^3=2xM \qquad \Rightarrow \qquad M=\sqrt{2x}$$

→ Como $4<M<6$

→ Entonces: $4<\sqrt{2x}<6$

→ Elevando al $(\ )^2$: $16<2x<36$

→ Simplificando: $8<x<18$

→ Finalmente: $x \in \boxed{\langle 8,18\rangle}$ **Rpta.**

24. Resolver:

$$9^x+9 \leq 10\cdot 3^x$$

e indicar su intervalo solución:

a) $\left[0,\dfrac{1}{2}\right\rangle$ b) $[0,2]$ c) $[0,2\rangle$

d) $\langle 0,2\rangle$ e) $\langle 0,2]$

Resolución:

→ Transformando el primer miembro.

$$(3^2)^x+9 \leq 10\cdot 3^x$$

$$(3^x)^2+9 \leq 10\cdot 3^x$$

→ Haciendo un cambio de variable $3^x=m$, tendremos

$$m^2+9 \leq 10m$$

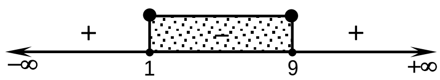
→ Transponiendo todo al primer miembro.

$$m^2-10m+9 \leq 0$$

→ Factorizando el primer miembro por aspa simple.

$$(m-9)(m-1) \leq 0$$

→ Por el método de los puntos críticos:



$$m \in [1,9]$$

→ Finalmente $1 \leq 3^x \leq 9$

$$3^0 \leq 3^x \leq 3^2$$

→ Entonces: $0 \leq x \leq 2$

$x \in \boxed{[0,2]}$ **Rpta.**

25. Resolver el siguiente sistema de inecuaciones para valores enteros y positivos de "x" y como respuesta el número de valores enteros y positivos.

$$2^{3x-5} > 4^{2x-4} \qquad \ldots(\mathrm{I})$$

$$\sqrt[3]{3^{\frac{5x+1}{2}}} < \sqrt{9^{\frac{3(x+1)}{5}}} \qquad \ldots(\mathrm{II})$$

a) x = 1 b) x = 2 c) x = 3
d) x = 4 e) x = 5

Resolución:

→ Tomando como herramienta la siguiente propiedad.

NOTA

Si: $b^x > b^y$

Donde: $b > 1$

Entonces: $x > y$

→ Resolviendo (I): $2^{3x-5} > 4^{2x-4}$

→ E. en base 2: $2^{3x-5} > (2)^{4x-8}$

→ Enseguida: $3x-5 > 4x-8$

→ Resolviendo: $\boxed{x<3}$

→ Resolviendo (II): $\sqrt[3]{3^{\frac{5x+1}{2}}} < \sqrt{9^{\frac{3(x+1)}{5}}}$

→ $\Rightarrow \sqrt[3]{3^{\frac{5x+1}{2}}} < \sqrt{3^{\frac{6(x+1)}{5}}}$

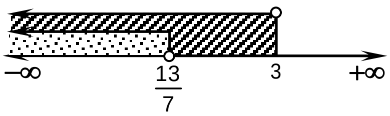
→ $\Rightarrow 3^{\frac{5x+1}{6}} < 3^{\frac{3(x+1)}{5}}$

→ $\Rightarrow \dfrac{5x+1}{6} < \dfrac{3(x+1)}{5}$

→ Reduciendo: $25x+5 < 18x+18$

→ Trans. Términos: $\boxed{x < \dfrac{13}{7}}$

→ Ahora intersecando la solución (I) con (II), en la recta numérica.



$$x \in \left\langle -\infty, \frac{13}{7} \right\rangle$$

→ Finalmente los enteros positivos serán:

$$E = \{1\}$$

$\Rightarrow$ N° de enteros: $\boxed{1}$ **Rpta.**

26. Si: $\dfrac{1}{2x+8} \in \left[\dfrac{1}{12}; 2\right]$, entonces: $x \in [m,n]$.

Halle: 4mn.

a) –80 b) –2 c) –15
d) –60 e) –30

Resolución:

→ Se tiene por dato:

$$\frac{1}{12} \le \frac{1}{2x+8} \le 2$$

→ Reduciendo esta serie:

→ Invirtiendo todos los términos:

$$12 \ge 2x+8 \ge \frac{1}{2}$$

→ Se puede expresar así: $\dfrac{1}{2} \le 2x+8 \le 12$

→ $(\times)$ por 2: $1 \le 4x+16 \le 24$

→ $(-)$ 16 a cada miembro: $-15 \le 4x \le 8$

→ $(\div)$ 4 a cada miembro: $-\dfrac{15}{4} \le x \le 2$

→ De este último: $x \in \left[-\dfrac{15}{4}, 2\right]$

→ Del dato del problema: $x \in [m, n]$

→ Comparando resultados:

$$m = -\frac{15}{4} \quad \text{y} \quad n = 2$$

→ Finalmente:

$4mn = \boxed{-30}$ **Rpta.**

27. Resolver:

$$\frac{(x+3)^5(x-4)^3(x+5)^4(x-6)}{x^2(x+1)^7} \le 0$$

e indicar la suma de los valores enteros del conjunto solución.

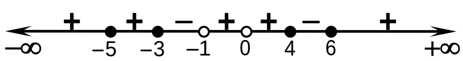
a) 3 b) 5 c) 7
d) 8 e) 10

Resolución:

→ Llevando los factores del denominador al numerador:

$$\overbrace{x^2(x+1)^7}^{\text{Abiertos}}(x+3)^5(x-4)^3(x+5)^4(x-6) \le 0$$

→ Ahora por el método de los puntos críticos:



→ La solución estará dada por los campos negativos:

$$[-3, -1\rangle \cup [4, 6]$$

→ Luego los enteros solución serán:

$$E = \{-3, -2, 4, 5, 6\}$$

→ La suma de estos enteros será:

$-3 + (-2) + 4 + 5 + 6 = \boxed{10}$ **Rpta.**

28. Se desea saber el mayor número de postulantes que hay un salón, si al doble del número de éstos se le disminuye en 7 el resultado es mayor que 29 y si al triple se le disminuye en 5, el resultado es menor que el doble del número, aumentado en 16.

a) 20 b) 22 c) 21

d) 18 e) 19

Resolución:

→ Sea "n" el número de postulantes:

→ Empecemos a plantear el problema:

→ Primero:

$$2n - 7 > 29 \qquad \cdots(I)$$

→ Segundo:

$$3n - 5 < 2n + 16 \qquad \cdots(I)$$

→ Resolviendo (I): $n > 18$

→ Resolviendo (II): $n < 21$

→ De estas dos últimas soluciones:

$$n \in \langle 18,\ 21 \rangle$$

→ Luego el mayor valor de "n" será:

$$n = \boxed{20}$$ **Rpta.**