EJERCICIOS RESUELTOS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

1. Indicar la mayor raíz de la ecuación: $x^2-3x+2{,}16=0$

a) 1,2 b) 0,8 c) 1,8
d) 0,3 e) 2,2

Resolución:

→ Debemos tener en cuenta que: $2{,}16=\dfrac{216}{100}=\dfrac{54}{25}$

→ Entonces la ecuación quedará de la siguiente manera: $x^2-3x+\dfrac{54}{25}=0$

→ Multiplicando por 25 a toda la ecuación, obtendremos: $25x^2-75x+54=0$

→ Factorizando el primer miembro por aspa simple:
$(5x-9)(5x-6)=0$

→ Igualando cada factor a cero, obtendremos:
$x_1=1{,}8 \quad ; \quad x_2=1{,}2$

→ Finalmente la mayor raíz será: $x=\boxed{18}$ ***Rpta.***

2. Resolver: $\dfrac{x+\sqrt{1+x+x^2}}{x-\sqrt{1+x+x^2}}+\dfrac{x-\sqrt{1+x+x^2}}{x+\sqrt{1+x+x^2}}=-11$

a) 3 y 0,75 b) 3 y –0,75 c) 2 y –0,9
d) –2 y 0,9 e) 3 y 1,7

Resolución:

→ Haciendo un cambio de variable:

$$\frac{x+\sqrt{1+x+x^2}}{x-\sqrt{1+x+x^2}}=y$$

→ Reemplazando en la ecuación dada:

$$y+\frac{1}{y}=-11$$

→ Multiplicando por "y" a la ecuación ($y\neq 0$):

$$y^2+1=-11y$$

→ Transponiendo términos: $y^2+11y+1=0$

→ Resolviendo esta ecuación por el teorema de Carnot: $y=\dfrac{-11\pm\sqrt{11^2-4(1)(1)}}{2(1)}$

→ Reduciendo: $y=\dfrac{-11\pm\sqrt{117}}{2}$

→ Luego tomamos el valor de positivo:

$$y=\frac{\sqrt{117}-11}{2}$$

→ Restaurando el valor de "y":

$$\frac{x+\sqrt{1+x+x^2}}{x-\sqrt{1+x+x^2}}=\frac{\sqrt{117}-11}{2}$$

→ Por propiedad de proporciones:

$$\frac{\left(x+\sqrt{1+x+x^2}\right)+\left(x-\sqrt{1+x+x^2}\right)}{\left(x+\sqrt{1+x+x^2}\right)-\left(x-\sqrt{1+x+x^2}\right)}=\frac{\left(\sqrt{117}-11\right)+2}{\left(\sqrt{117}-11\right)-2}$$

→ Reduciendo: $\dfrac{2x}{2\sqrt{1+x+x^2}}=\dfrac{\sqrt{117}-9}{\sqrt{117}-13}$

→ Luego de simplificar, elevemos al cuadrado la ecuación: $\dfrac{x^2}{1+x+x^2}=\dfrac{117-18\sqrt{117}+81}{117-26\sqrt{117}+169}$

→ Reduciendo: $\dfrac{x^2}{1+x+x^2}=\dfrac{198-18\sqrt{117}}{286-26\sqrt{117}}$

→ Transformando el segundo miembro:

$$\frac{x^2}{1+x+x^2}=\frac{18\left(11-\sqrt{117}\right)}{26\left(11-\sqrt{117}\right)}$$

→ Reduciendo: $\dfrac{x^2}{1+x+x^2}=\dfrac{9}{13}$

→ Transponiendo términos: $4x^2-9x-9=0$

→ Factorizando por aspa simple el primer miembro:
$(4x+3)(x-3)=0$

→ Igualando cada factor a cero, obtendremos:
$x=3 \;;\; x=-0{,}75$
$\Rightarrow \boxed{x=3 \;\; y \;\; -0{,}75}$ ***Rpta.***

3. Una de las raíces de la ecuación:

$$\frac{x(x-2a)}{\sqrt{bc}}+\frac{a-x}{\sqrt{c}}-\frac{a-x}{\sqrt{b}}=1-\frac{a^2}{\sqrt{bc}}\text{, es:}$$

a) $a+\sqrt{c}$ b) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$
d) $1-\sqrt{b}$ e) $a-\sqrt{c}$

Resolución:

→ Multiplicando por " $\sqrt{bc}$ " a la ecuación:

$$x(x-2a)+\sqrt{b}(a-x)+\sqrt{c}(a-x)=\sqrt{bc}-a^2$$

→ Transponiendo todos los términos al primer miembro, se obtendrá:

$$x^2-\left(2a+\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)x+a\sqrt{b}-a\sqrt{c}-\sqrt{b}\sqrt{c}+a^2=0 \quad ..(I)$$

→ Factorizando la expresión indicada:

$$a\sqrt{b}-a\sqrt{c}-\sqrt{b}\sqrt{c}+a^2=\left(a\sqrt{b}-\sqrt{b}\sqrt{c}\right)+\left(a^2-a\sqrt{c}\right)$$

$$\sqrt{b}\left(a-\sqrt{c}\right)+a\left(a-\sqrt{c}\right)=\left(a-\sqrt{c}\right)\left(\sqrt{b}+a\right)$$

→ Remplazando en (I):

$$x^2-\left(2a+\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)x+\left(a-\sqrt{c}\right)\left(\sqrt{b}+a\right)=0$$

→ Factorizando por aspa simple:

$$\left[x-\left(a+\sqrt{b}\right)\right]\left[x-\left(a-\sqrt{c}\right)\right]=0$$

→ Igualando cada factor a cero, obtendremos:

$$x_1=a+\sqrt{b} \ ; \ x_2=a-\sqrt{c}$$

→ Finalmente una raíz será: $x = \boxed{a-\sqrt{c}}$ ***Rpta.***

4. Resolver: $\sqrt{x}+\sqrt{x-\sqrt{1-x}}=1$

a) 0 b) $\dfrac{16}{25}$ c) 0 y $\dfrac{16}{25}$

d) $\dfrac{1}{2}$ y 7 e) $\dfrac{1}{125}$ y 6

Resolución:

→ Aislando uno de los radicales:

$$\sqrt{x-\sqrt{1-x}}=1-\sqrt{x}$$

→ Elevando al cuadrado la ecuación:

$$x-\sqrt{1-x}=1-2\sqrt{x}+x$$

→ Eliminando el término "x" en ambos miembros:

$$-\sqrt{1-x}=1-2\sqrt{x}$$

→ Elevando nuevamente al cuadrado la ecuación:

$$1-x=1-4\sqrt{x}+4x$$

→ Transponiendo términos, se obtiene:

$$4\sqrt{x}=5x$$

→ Elevando Nuevamente al cuadrado la ecuación:

$$16x=25x^2$$

→ Transponiendo términos: $25x^2-16x=0$

→ Factorizando el primer miembro:

$$x(25x-16)=0$$

→ Igualando cada factor a cero, obtendremos:

$$x=0 \quad ; \quad x=\frac{16}{25}$$

→ Finalmente el único valor que cumple será:

$x = \boxed{\dfrac{16}{25}}$ ***Rpta.***

5. Si: $\{x_1 \, ; x_2\}$ es el conjunto solución de $x^2-x-1=0$. Hallar el valor de: $E=\dfrac{x_1^3}{x_2^3}+\dfrac{x_2^3}{x_1^3}$

a) 15 b) – 15 c) 18

d) – 18 e) 0

Resolución:

→ De la ecuación $x^2-x-1=0$; se tiene que:

$$x_1+x_2=1 \quad \cdots(\alpha) \ ; \qquad x_1\cdot x_2=-1 \ \cdots(\beta)$$

→ Luego la expresión se puede escribir axial:

$$E=\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3$$

→ Agregando y restando, lo siguiente:

$$\text{“}\,3\cdot\frac{x_1}{x_2}\cdot\frac{x_2}{x_1}\left(\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}\right)\text{”}$$

$$E=\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3+3\cdot\frac{x_1}{x_2}\cdot\frac{x_2}{x_1}\left(\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}\right)-3\cdot\frac{x_1}{x_2}\cdot\frac{x_2}{x_1}\left(\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}\right)$$

→ Transformando lo indicado:

$$E=\left(\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}\right)^3-3\left(\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}\right)$$

→ Transformando cada paréntesis:

$$E=\left(\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1\cdot x_2}\right)^3-3\left(\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1\cdot x_2}\right)$$

→ Ahora por propiedad de ecuaciones de segundo grado tenemos que:

$$x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1\cdot x_2$$

→ Entonces en "E" tendremos que:

$$E=\left(\frac{\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1\cdot x_2}{x_1\cdot x_2}\right)^3-3\left(\frac{\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1\cdot x_2}{x_1\cdot x_2}\right)$$

→ Reemplazando " α " y " β " en esta última:

$$E=\left(\frac{1^2-2(-1)}{-1}\right)^3-3\left(\frac{1^2-2(-1)}{-1}\right)$$

→ Reduciendo, obtendremos:

$E=-27+9=\boxed{-18}$ ***Rpta.***

6. Resolver la ecuación cuadrática mónica siguiente:

$$\left(\frac{3a+1}{1+\frac{1}{3}}\right)x^2+\left(\frac{1}{a}-8\right)x-\left(\frac{10}{a}+20\right)=0$$

a) $\{9\,;-10\}$ b) $\{11\,;-10\}$ c) $\{9\,;12\}$

d) $\{-10\,;12\}$ e) $\{11\,;-9\}$

Resolución:

→ Por ser una ecuación cuadrática mónica, implica que el coeficiente principal de la ecuación es la unidad:

$$\frac{3a+1}{1+\frac{1}{3}}=1 \quad \Rightarrow a=\frac{1}{9}$$

→ Reemplazando en la ecuación dada, el valor de "a": $x^2+\left(\frac{1}{\frac{1}{9}}-8\right)x-\left(\frac{10}{\frac{1}{9}}+20\right)=0$

→ Reduciendo: $x^2-x+110=0$

→ Factorizando el 1er. miembro por aspa simple:

$$(x-11)(x+10)=0$$

→ Igualando cada factor a cero, obtendremos:

$$x=11\ ;\ x=-10$$

$$\Rightarrow \boxed{\{11;-10\}}$$ ***Rpta.***

7. Resolver: $\sqrt{x+6}+\sqrt{x+3}=\sqrt{5-x}+\sqrt{3x+4}$

a) $\left\{-\frac{1}{2};1\right\}$ b) $\left\{-\frac{3}{2};2\right\}$ c) $\left\{-\frac{3}{7};\frac{1}{2}\right\}$

d) $\left\{-\frac{5}{2};2\right\}$ e) $\left\{-\frac{1}{6};6\right\}$

Resolución:

→ Primeramente condicionando la ecuación para que tenga solución:

$x+6\geq 0 \qquad x\geq -6$

$x+3\geq 0 \qquad x\geq -3$

$5-x\geq 0 \qquad x\leq 5$

$3x+4\geq 0 \qquad x\geq -\frac{4}{3}$

→ Resolviendo este sistema, obtendremos:

$$-\frac{4}{3}\leq x\leq 5 \quad \cdots(\alpha)$$

→ Ahora trabajando en la ecuación dada:

→ Elevando al cuadrado a ambos miembros:

$$x+6+2\sqrt{(x+6)(x+3)}+x+3=5-x+2\sqrt{(5-x)(3x+4)}+3x+4$$

→ Reduciendo términos semejantes:

$$2x+9+2\sqrt{x^2+9x+18}=9+2x+2\sqrt{-3x^2+11x+20}$$

→ Simplificando términos semejantes:

$$2\sqrt{x^2+9x+18}=2\sqrt{-3x^2+11x+20}$$

$$\sqrt{x^2+9x+18}=\sqrt{-3x^2+11x+20}$$

→ Elevando nuevamente al cuadrado:

$$x^2+9x+18=-3x^2+11x+20$$

→ Transponiendo términos: $4x^2-2x-2=0$

→ Extrayendo la mitad a cada término:

$$2x^2-x-1=0$$

→ Factorizando por aspa simple:

$$(2x+1)(x-1)=0$$

→ Igualando cada factor a cero, se obtiene:

$$x=-\frac{1}{2}\ ;\ x=1$$

De acuerdo a la ecuación (α) es C.S. $\boxed{\left\{-\frac{1}{2}\ ;\ 1\right\}}$ ***Rpta.***

8. Resolver la siguiente ecuación:

$$(a-b)x+\frac{\left(a^2+b^2\right)^2}{(a+b)x}=\frac{2a\left(a^2+b^2\right)}{a+b}\ ;\ a+b\neq 0$$

a) $x_1=a+b\ ;\ x_2=a-b$

b) $x_1=a^2+b^2\ ;\ x_2=a^2-b^2$

c) $x_1=\frac{a^2+b^2}{a+b}\ ;\ x_2=\frac{a^2+b^2}{a-b}$

d) $x_1=\frac{a}{b}\ ;\ x_2=\frac{b}{a}$

e) $x_1=a-4b\ ;\ x_2=a-2b$

Resolución:

→ Multiplicando a ambos miembros por "$(a+b)x$", cabe resaltar que este valor de "$(a+b)x$" viene a hacer el M.C.M. de los denominadores:

$$(a-b)(a+b)x^2+\left(a^2+b^2\right)^2=2a\left(a^2+b^2\right)x$$

→ Reconociendo la diferencia de cuadrados y transponiendo términos:

$$\left(a^2-b^2\right)x^2-2a\left(a^2+b^2\right)x+\left(a^2+b^2\right)^2=0$$

→ Factorizando por aspa simple:

$$\left[(a+b)x-\left(a^2+b^2\right)\right]\left[(a-b)x-\left(a^2+b^2\right)\right]=0$$

→ Igualando cada factor a cero, se obtiene:

$$\boxed{x_1=\frac{a^2+b^2}{a+b}\ ;\ x_2=\frac{a^2+b^2}{a-b}}$$ ***Rpta.***

9. Hallar la ecuación de segundo grado cuyas raíces sean:

$$y_1=\frac{x_1^5+x_2^5}{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2} \quad ; \quad y_2=\frac{x_1^7+x_2^7}{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3}$$

Donde: $\{x_1\ ;x_2\}$ son raíces de la ecuación: $x^2-x+2=0$. Dar como respuesta el coeficiente entero del término lineal:

a) -190 b) -200 c) -232

d) -284 e) -292

Resolución:

→ De la ecuación $x^2-x+2=0$; se tiene que:

$$x_1+x_2=1 \quad \cdots(\alpha)$$

$$x_1\cdot x_2=2 \quad \cdots(\beta)$$

→ Luego elevando al cuadrado la ecuación "α":

$$x_1^2+2x_1\cdot x_2+x_2^2=1$$

→ Reemplazando "β" en esta última:

$$x_1^2+2(2)+x_2^2=1$$

$$\boxed{x_1^2+x_2^2=-3} \quad \cdots(\text{I})$$

→ Ahora dividiendo entre "$x_1\cdot x_2$" a (I):

$$\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1\cdot x_2}=\frac{-3}{x_1\cdot x_2}$$

$$\boxed{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)=-\frac{3}{2}} \quad \cdots(*)$$

→ Elevando al cuadrado nuevamente:

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2+2\left(\frac{x_1}{x_2}\right)\left(\frac{x_2}{x_1}\right)+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2=\frac{9}{4}$$

→ Reduciendo: $\boxed{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2=\frac{1}{4}} \cdots(\text{II})$

→ Trabajando en "$x_1+x_2=1$"; lo que hacemos ahora es elevar al cubo esta ecuación y obtendremos:

$$x_1^3+x_2^3+3(x_1\cdot x_2)(x_1+x_2)=1$$

→ Reduciendo:

$$\boxed{x_1^3+x_2^3=-5} \quad \cdots(\text{III})$$

→ Multiplicando (III) y (I):

$$\left(x_1^3+x_2^3\right)\left(x_1^2+x_2^2\right)=(-5)(-3)$$

$$x_1^5+x_2^5+x_1^2\cdot x_2^2\,(x_1+x_2)=15$$

→ De donde: $\boxed{x_1^5+x_2^5=11} \cdots(\text{IV})$

→ Entonces: $y_1=\dfrac{x_1^5+x_2^5}{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2}=\dfrac{11}{\frac{1}{4}}=44$

→ Formemos ahora: "$x_1^7+x_2^7$"

→ Multipliquemos (IV) y (I):

$$\left(x_1^5+x_2^5\right)\left(x_1^2+x_2^2\right)=(11)(-3)$$

→ Efectuando:

$$x_1^7+x_2^7+x_1^2\cdot x_2^2\left(x_1^3+x_2^3\right)=-33$$

→ Reduciendo: $x_1^7+x_2^7=-13 \quad \cdots(\text{V})$

→ Ahora de: $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)=-\frac{3}{2}$

→ Elevando al cubo a esta última:

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3+3\cdot\frac{x_1}{x_2}\cdot\frac{x_2}{x_1}\left(\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}\right)=-\frac{27}{8}$$

→ Reduciendo: $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3=\frac{9}{8} \quad \cdots(\text{VI})$

→ De donde: $y_2=\dfrac{x_1^7+x_2^7}{\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3}=\dfrac{-13}{\frac{9}{8}}=-\dfrac{104}{9}$

→ Entonces conocidos los valores de "y_1", "y_2" formemos la ecuación en variable "M", entonces:

$$M^2-(y_1+y_2)M+y_1\cdot y_2=0$$

$$M^2-\left(44-\frac{104}{9}\right)M+(44)\left(\frac{-104}{9}\right)=0$$

→ Operando y reduciendo obtendremos:

$$9M^2-292M-4576=0$$

→ Finalmente el coeficiente del término lineal será:

$\boxed{-292}$ ***Rpta.***

10. Si: $x_1 \wedge x_2$ son raíces de la ecuación:

$2x^2-x+3=0$; calcular: $M=\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$.

a) $\frac{1}{3}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $-\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{2}$

Resolución:

→ Transformando la expresión "M": $M=\dfrac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}$

→ Veamos que de la ecuación: $2x^2-x+3=0$.

$\boxed{x_1+x_2=-\frac{-1}{2}=\frac{1}{2}}$; $\boxed{x_1\cdot x_2=\frac{3}{2}}$

→ Reemplazando en "M", obtendremos: $M=\dfrac{1/2}{3/2}$

→ Finalmente: $M=\boxed{\frac{1}{3}}$ ***Rpta.***

11. Si: $x_1 \wedge x_2$ son raíces de la ecuación:

$3x^2+5x-1=2+x$, el valor de:

$P=(x_1+1)^{-1}+(x_2+1)^{-1}$; es:

a) $-\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{2}$ e) 2

Resolución:

→ De la ecuación dada: $3x^2+5x-1=2+x$

→ Transponiendo términos: $3x^2+4x-3=0$

→ De esta ecuación, se tiene que:

$$x_1+x_2=-\frac{4}{3} \quad ; \quad x_1\cdot x_2=-1$$

→ Transformando la expresión "P":

$$P=\frac{1}{x_1+1}+\frac{1}{x_2+1}$$

→ Efectuando: $P=\dfrac{(x_2+1)+(x_1+1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$

→ Sigamos efectuando:

$$P=\frac{(x_1+x_2)+2}{(x_1\cdot x_2)+(x_1+x_2)+1}$$

→ Reemplazando los valores respectivos:

$$P=\frac{-\frac{4}{3}+2}{(-1)+\left(-\frac{4}{3}\right)+1}$$

→ Operando y reduciendo, se obtiene:

$$P=\boxed{-\frac{1}{2}}$$ ***Rpta.***

12. Si las raíces de la ecuación: $x^2-6x+n+1=0$; admiten como raíces a $x_1 \wedge x_2$ tal que: $\dfrac{1}{2x_1}+\dfrac{1}{2x_2}=\dfrac{3}{5}$, encontrar el valor de "n":

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Resolución:

NOTA

Teorema :

Si :

$$ax^2+bx+c=0$$

Se cumple :

x_1 ; x_2 raíces de la ecuación

Siendo : $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=-\dfrac{b}{c}$

→ Trabajando en la condición: $\dfrac{1}{2x_1}+\dfrac{1}{2x_2}=\dfrac{3}{5}$

→ Factorizando el primer miembro:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)=\frac{3}{5}$$

→ Transponiendo términos: $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{6}{5}$

→ Utilizando la propiedad: $-\dfrac{-6}{n+1}=\dfrac{6}{5}$

→ Simplificando: $\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{1}{5}$

→ Despejando "n", se obtiene: $n=\boxed{4}$ ***Rpta.***

13. Halle "$2m$" para que la ecuación:
$(m+1)x^2-2mx+m-3=0$; tenga 2 raíces iguales:

a) 1 b) –3 c) 3
d) –2 e) 2

Resolución:

→ Para que la ecuación tenga raíces iguales es necesario que su discriminante sea CERO, es decir: $(-2m)^2-4(m+1)(m-3)=0$

→ Efectuando: $4m^2-4\left(m^2-2m-3\right)=0$

→ Simplificando y despejando: $2m=\boxed{-3}$ ***Rpta.***

14. Dada la ecuación. $x^2-10x+m=0$; si la suma de los cuadrados de sus raíces es 40. Hallar "m"

a) 100 b) –30 c) 30
d) –70 e) 70

Resolución:

→ De la ecuación dada: $x_1\cdot x_2=m \ \cdots(\theta)$

→ Tenemos por dato que: $x_1^2+x_2^2=40 \ \cdots(*)$

→ De la ecuación dada tenemos que:

$$x_1+x_2=10 \ \cdots(\alpha)$$

→ Elevando al cuadrado esta última:

$$x_1^2+2x_1\cdot x_2+x_2^2=100$$

→ Reemplazando "$*$" y "θ" en (α):

$$40+2m=100$$

→ Despejando "m". ⇒ $m=\boxed{30}$ ***Rpta.***

15. Las raíces de la ecuación de segundo grado son: $x_1=2\sqrt{3}-5$; $x_2=-2\sqrt{3}-5$, encontrar la ecuación de segundo grado:

a) $x^2-10x+13=0$ b) $x^2+10x-13=0$
c) $x^2+10x+13=0$ d) $x^2-10x-13=0$
e) $x^2+10x+12=0$

Resolución:

→ Recordemos que la ecuación de segundo grado a partir de sus raíces será:

$$x^2-(x_1+x_2)x+(x_1\cdot x_2)=0$$

→ Ahora como tenemos las raíces de la ecuación sólo bastará reemplazar:

$$x^2-\left[\left(2\sqrt{3}-5\right)+\left(-2\sqrt{3}-5\right)\right]x+\left(2\sqrt{3}-5\right)\left(-2\sqrt{3}-5\right)=0$$

→ Efectuando:

$$x^2-[-10]x-\left(2\sqrt{3}-5\right)\left(2\sqrt{3}+5\right)=0$$

→ Reconociendo la diferencia de cuadrados en lo indicado: $x^2+10x-\left[\left(2\sqrt{3}\right)^2-5^2\right]=0$

→ Reduciendo: $x^2+10x-[-13]=0$

→ Finalmente: $\boxed{x^2+10x+13=0}$ ***Rpta.***

16. Si: "m" y "n", son las raíces de la ecuación: $x^2+bx+c=0$, el valor de: $\sqrt{m^2+n^2}$, es:

a) b^2-4c b) $b-4c^2$ c) $2b+c$
d) $\sqrt{b^2+2c}$ e) $\sqrt{b^2-2c}$

Resolución:

→ De la ecuación dada: $m+n=-b$; $mn=c$
→ Transformando lo que nos piden:

$$E=\sqrt{m^2+n^2}$$

→ Completemos a cuadrados en la raíz:

$$E=\sqrt{m^2+2mn+n^2-2mn}$$

→ Agrupando, obtendremos:

$$E=\sqrt{(m+n)^2-2mn}$$

→ Reemplazando los valores ya obtenidos:

$$E=\sqrt{(-b)^2-2c}$$

→ Finalmente: $E=\boxed{\sqrt{b^2-2c}}$ ***Rpta.***

17. En la ecuación: $2x^2-(n-1)x+(n+1)=0$. Hallar el valor positivo de "n" para que las raíces difieran en "1".

a) 10 b) 11 c) 1
d) 8 e) 12

Resolución:

→ De la ecuación dada tenemos que:

$$x_1+x_2=\frac{(n-1)}{2} \quad ; \quad x_1\cdot x_2=\frac{(n+1)}{2}$$

→ Por dato del problema: $x_1-x_2=1$
→ Haciendo uso de la identidad de Legendre:

$$(x_1+x_2)^2-(x_1-x_2)^2=4x_1\cdot x_2$$

→ Ahora reemplazando los datos ya obtenidos:

$$\left[\frac{n-1}{2}\right]^2-1^2=4\left[\frac{n+1}{2}\right]$$

→ Efectuando: $\frac{n^2-2n+1}{4}-1=2n+2$
→ Multiplicando por "4" a la ecuación:

$$n^2-2n+1-4=8n+8$$

→ Transponiendo términos: $n^2-10n-11=0$
→ Factorizando por aspa simple:

$$(n-11)(n+1)=0$$

→ Igualando cada factor a CERO, obtendremos:

$$n=11 \quad ; \quad n=-1$$

→ Finalmente el valor positivo será: n=$\boxed{11}$ ***Rpta.***

18. Determinar "m" y "n" tales que las ecuaciones:

$$(5m-52)x^2-(m-4)x+4=0 \qquad \cdots(I)$$
$$(2n+1)x^2-5nx+20=0 \qquad \cdots(II)$$

Tengan el mismo conjunto solución:

a) 9 y 7 b) 11 y 7 c) 7 y 8
d) 10 y 9 e) 12 y 8

Resolución:

→ Por poseer las mismas soluciones deberá cumplirse: $\frac{5m-52}{2n+1}=\frac{-(m-4)}{-5n}=\frac{4}{20}$

→ Aun se puede colocar de la siguiente manera:

$$\frac{5m-52}{2n+1}=\frac{(m-4)}{5n}=\frac{1}{5}$$

→ De esta proporción tenemos que: $\frac{m-4}{5n}=\frac{1}{5}$

→ Efectuando: $\boxed{m-4=n}$ $\cdots(\alpha)$

→ También de la proporción: $\frac{5m-52}{2n+1}=\frac{1}{5}$

→ Efectuando: $\boxed{25m-260=2n+1}$ $\cdots(\beta)$

→ Reemplazando (α) en (β):

$$25m-260=2(m-4)+1$$

→ Operando y transponiendo términos:

$$23m=253 \qquad \Rightarrow \qquad m=11$$

→ Reemplazando "m" en (α):

$$11-4=n \quad \Rightarrow \quad n=7$$

→ Finalmente: $m=11$ y $n=7$

$\Rightarrow$ $\boxed{11 \text{ y } 7}$ ***Rpta.***