EJERCICIOS RESUELTOS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

1. Halle la raíz de la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{2}{2x-2}+\frac{3}{2x+2}=0$$

a) -1 b) -2 c) 2

d) $\frac{1}{2}$ e) $-\frac{1}{2}$

Resolución:

→ Primeramente veamos las restricciones:

$(x-1)^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

$2x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

$2x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

→ Pasando el tercer sumando al segundo miembro y multiplicando a ambos miembros de la igualdad dada por el M.C.M. de los denominadores: $2(x-1)^2\cdot(x+1)$, se obtendrá.

$$2(x+1)-3(x-1)(x+1)=-3(x-1)^2$$

→ Efectuando las operaciones indicadas:

$$2(x+1)-3\left(x^2-1\right)=-3\left(x^2-2x+1\right)$$

→ Reduciendo los paréntesis:

$$2x+2-3x^2+3=-3x^2+6x-3$$

→ Eliminando términos semejantes:

$$8=4x$$

→ Finalmente la raíz de la ecuación:

$x=\boxed{2}$ ***Rpta.***

2. Resolver: $a^2(x-a)+b^2(x-b)=abx$

a) a b) b c) $a+b$

d) a^2+b^2 e) a^3+b^3

Resolución:

→ Efectuando lo productos indicados:

$$a^2x-a^3+b^2x-b^3=abx$$

→ Transponiendo términos:

$$a^2x-abx+b^2x=a^3+b^3$$

→ Factorizando "x" en el primer miembro:

$$x\left(a^2-ab+b^2\right)=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$$

→ Simplificando el factor "a^2-ab+b^2":

$x=\boxed{a+b}$ ***Rpta.***

NOTA

Suma de Cubos

$$a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$$

3. El valor de "x" que verifica la ecuación:

$$\frac{\frac{x}{2}-1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}\text{ ; es:}$$

a) 4 b) 8 c) 12

d) 15 e) 20

Resolución:

→ Racionalizando cada fracción en el segundo miembro:

$$\frac{\frac{x}{2}-1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}+\frac{4\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}$$

→ Efectuando tendremos lo siguiente:

$$\frac{\frac{x}{2}-1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+\frac{\cancel{4}\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\cancel{4}}$$

NOTA

Diferencia de Cuadrados

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

→ Reduciendo: $\frac{\frac{x}{2}-1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\sqrt{7}-\sqrt{2}$

$$\frac{x}{2}-1=\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)$$

$\frac{x}{2}-1=5 \Rightarrow x=\boxed{12}$ ***Rpta.***

4. Resolver: $1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{2}+\cfrac{1}{\cfrac{1}{2}+\cfrac{1}{x}}}=2$

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{5}{2}$

d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{7}{2}$

Resolución:

→ Para empezar el " $x \neq 0$ "

→ Transponiendo el número "1" al segundo miembro y operando: $\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{x}}}=1$

→ Podemos invertir ambos miembros de la ecuación: $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{x}}=1$

→ Trasladando $\dfrac{1}{2}$ al segundo miembro y operando se obtiene: $\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{x}}=\dfrac{1}{2}$

→ Podemos nuevamente invertir ambos miembros de la ecuación: $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{x}=2$

→ Trasladando $\dfrac{1}{2}$ al segundo miembro: $\dfrac{1}{x}=2-\dfrac{1}{2}$

→ Operando: $\dfrac{1}{x}=\dfrac{3}{2}$

→ Finalmente invertimos ambos miembros y obtendremos: $x=\boxed{\dfrac{2}{3}}$ ***Rpta.***

5. Resolver: $\sqrt{x-4b+16}+\sqrt{x}=2\sqrt{x-2b+4}$

a) $\dfrac{b}{2}$ b) $\dfrac{b^2}{4}$ c) b^{-1}

d) $b+2$ e) $x+4b$

Resolución:

→ Como podemos observar se trata de una ecuación irracional para lo cual será conveniente eliminar la raíz, por lo tanto, elevemos al cuadrado ambos miembros de la igualdad y obtendremos:

$$x-4b+16+2\sqrt{(x-4b+16)x}+x=4x-8b+16$$

→ Reduciendo: $\sqrt{x^2-4bx+16x}=x-2b$

→ Ahora elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad: $x^2-4bx+16x=x^2-4bx+4b^2$

→ Reduciendo términos semejantes: $16x=4b^2$

→ Finalmente el valor de "x" será: $x=\boxed{\dfrac{b^2}{4}}$ ***Rpta.***

6. Hallar el valor de "x" en: $\dfrac{x-a}{ab}-\dfrac{x-b}{ac}=\dfrac{x-c}{bc}$

a) $\dfrac{b^2}{a+b-c}$ b) $\dfrac{b}{a+b+c}$ c)

abc

d) $a^2+b^2+c^2$ e) $\dfrac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$

Resolución:

→ Empecemos multiplicando a la ecuación por " abc ": $abc\left(\dfrac{x-a}{ab}-\dfrac{x-b}{ac}\right)=\left(\dfrac{x-c}{bc}\right)abc$

→ Efectuando y reduciendo obtendremos:

$$cx-ac-bx+b^2=ax-ac$$

→ Eliminado el término $(-ca)$ y transponiendo términos: $(c-a-b)x=-b^2$

→ Despejando: $x=\dfrac{-b^2}{-a-b+c}$

→ Finalmente: $x=\boxed{\dfrac{b^2}{a+b-c}}$ ***Rpta.***

7. Hallar el valor de "x" que verifica:

$$\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}=4$$

a) 100 b) 121 c) 144

d) 169 e) 196

Resolución:

→ Con la finalidad de eliminar el signo radical será necesario elevar a ambos miembros de la igualdad al cubo, para lo cual debemos de recordar el teorema de Cauchy:

NOTA

Teorema de Cauchy

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3(ab)(a+b)$$

→ Ahora en el problema:

$$\left(\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}\right)^3=(4)^3$$

→ Desarrollando:

$$\left(14+\sqrt{x}\right)+\left(14-\sqrt{x}\right)+3\left(\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}\cdot\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}\right)\left(\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}\right)=64$$

→ Reduciendo y reemplazando el valor de:

" $\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}=4$ "

$$28+3\sqrt[3]{\left(14+\sqrt{x}\right)\left(14-\sqrt{x}\right)}(4)=64$$

→ Transponiendo términos y efectuando la cantidad subradical: $12\sqrt[3]{(14)^2-\sqrt{x}^2}=36$

→ Dividiendo entre "12" a ambos miembros:

$$\sqrt[3]{196-x}=3$$

→ Elevando nuevamente al cubo: $196-x=27$

→ Finalmente transponemos términos y obtenemos:

$x=\boxed{169}$ ***Rpta.***

8. Resolver:

$$\sqrt{x^2+\sqrt{4x^2+3x+\sqrt{x(x+3)-2}}}=x+1$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6

Resolución:

→ Elevemos al cuadrado a ambos miembros:

$$\left(\sqrt{x^2+\sqrt{4x^2+3x+\sqrt{x(x+3)-2}}}\right)^2=(x+1)^2$$

→ Reduciendo:

$$x^2+\sqrt{4x^2+3x+\sqrt{x(x+3)-2}}=x^2+2x+1$$

→ Eliminado el término "x^2":

$$\sqrt{4x^2+3x+\sqrt{x(x+3)-2}}=2x+1$$

→ Elevando nuevamente al cuadrado:

$$4x^2+3x+\sqrt{x(x+3)-2}=4x^2+4x+1$$

→ Reduciendo: $\sqrt{x(x+3)-2}=x+1$

→ Elevando nuevamente al cuadrado a ambos miembros: $x^2+3x-2=x^2+2x+1$

→ Finalmente reduciendo y transponiendo términos:

$x=\boxed{3}$ ***Rpta.***

9. Si: "x_1" es una solución de:

$$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}=\frac{1-\sqrt{4x+1}}{2}$$

Calcular: $S=\dfrac{x_1^5+x_1^3+3}{7x_1^2-3}$

a) –1 b) 1 c) 2
d) 4 e) –8

Resolución:

→ Elevemos al cuadrado ambos miembros:

$$x+\sqrt{x+\sqrt{x}}=\frac{1-2\sqrt{4x+1}+(4x+1)}{4}$$

→ Reduciendo: $x+\sqrt{x+\sqrt{x}}=\dfrac{1+2x-\sqrt{4x+1}}{2}$

$$2x+2\sqrt{x+\sqrt{x}}=1+2x-\sqrt{4x+1}$$

→ Eliminado el término "$2x$" obtendremos:

$$2\sqrt{x+\sqrt{x}}=1-\sqrt{4x+1}$$

→ Elevemos nuevamente al cuadrado:

$$4\left(x+\sqrt{x}\right)=1-2\sqrt{4x+1}+4x+1$$

→ Reduciendo: $4x+4\sqrt{x}=2+4x-2\sqrt{4x+1}$

$$2\sqrt{x}=1-\sqrt{4x+1}$$

→ Elevemos nuevamente al cuadrado:

$$4x=1-2\sqrt{4x+1}+4x+1$$

→ Reduciendo: $2\sqrt{4x+1}=2$

→ Simplificando "2" y elevando al cuadrado:

$4x+1=1$

→ Finalmente tendremos: $x=0$

→ Luego nos piden: $S=\dfrac{(0)^5+(0)^3+3}{7(0)^2-3}=\boxed{-1}$

Rpta.

10. Resolver:

$$\left[\frac{x^2-2x+14}{x^2+4x+2}\right]^{\frac{1}{2}}+\left[\frac{x^2+4x+2}{x^2-2x+14}\right]^{\frac{1}{2}}=2$$

a) 1 b) 2 c) 5/2
d) 3 e) 7/2

Resolución:

→ Hagamos el siguiente cambio de variable:

$$\left[\frac{x^2-2x+14}{x^2+4x+2}\right]^{\frac{1}{2}}=m \quad \cdots(\alpha)$$

→ Ahora la igualdad será:

$$m+\frac{1}{m}=2 \qquad \cdots(m\neq 0)$$

→ Multiplicando por "m" a ambos miembros:

$m^2+1=2m$

→ Por transposición de términos se obtiene:

$(m-1)^2=0$

→ Resulta evidente que la solución de esta ecuación es: $m=1$

→ Luego en la relación (α) se tendrá:

$$\left[\frac{x^2-2x+14}{x^2+4x+2}\right]^{\frac{1}{2}}=1$$

→ Elevando al cuadrado a ambos miembros:

$$\frac{x^2-2x+14}{x^2+4x+2}=1$$

→ Transponiendo términos:

$$x^2-2x+14=x^2+4x+2$$

→ Reduciendo tenemos: $12=6x$

→ Finalmente la solución de la ecuación es:

$x=\boxed{2}$ ***Rpta.***

11. Resolver:

$$m\left[\frac{\sqrt[-2]{\dfrac{m+x}{2\sqrt{mx}}-1}+\sqrt[-2]{\dfrac{m+x}{2\sqrt{mx}}+1}}{\sqrt[-2]{\dfrac{m+x}{2\sqrt{mx}}-1}-\sqrt[-2]{\dfrac{m+x}{2\sqrt{mx}}+1}}\right]=1$$

sabiendo: $0<x<m<1$

a) m b) $2m$ c) $4m$
d) m^{-1} e) m^2

Resolución:

$\rightarrow$ Haciendo un cambio de variable:

$$\sqrt[-2]{\frac{m+x}{2\sqrt{mx}}-1}=\sqrt[-2]{\frac{\sqrt{m}^2+\sqrt{x}^2-2\sqrt{mx}}{2\sqrt{mx}}}=\sqrt[-2]{\frac{\left(\sqrt{m}-\sqrt{x}\right)^2}{2\sqrt{mx}}}=a$$

$\rightarrow$ Haciendo un cambio de variable:

$$\sqrt[-2]{\frac{m+x}{2\sqrt{mx}}+1}=\sqrt[-2]{\frac{\sqrt{m}^2+\sqrt{x}^2+2\sqrt{mx}}{2\sqrt{mx}}}=\sqrt[-2]{\frac{\left(\sqrt{m}+\sqrt{x}\right)^2}{2\sqrt{mx}}}=b$$

$\rightarrow$ Luego tendremos que: $m\frac{(a+b)}{a\text{-}b}=1\Rightarrow\frac{a+b}{a\text{-}b}=\frac{1}{m}$

$\rightarrow$ Por propiedad de proporciones:

$$\frac{(a+b)+(a-b)}{(a+b)-(a-b)}=\frac{1+m}{1-m}\quad\Rightarrow\quad\boxed{\frac{a}{b}=\frac{1+m}{1-n}}$$

$\rightarrow$ Restaurando los valores de “”a y “b”:

$$\frac{\sqrt[-2]{\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{m}\right)^2}{2\sqrt{mx}}}}{\sqrt[-2]{\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{m}\right)^2}{2\sqrt{mx}}}}=\frac{1+m}{1-m}$$

$\rightarrow$ Transformando el primer miembro:

$$\sqrt[-2]{\frac{\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{m}\right)^2}{2\sqrt{mx}}}{\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{m}\right)^2}{2\sqrt{mx}}}}=\frac{1+m}{1-m}$$

$\rightarrow$ Reduciendo:

$$\sqrt[-2]{\left(\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{m}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{m}\right)}\right)^2}=\frac{1+m}{1-m}$$

$\rightarrow$ Simplificando:

$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{m}}{\sqrt{x}-\sqrt{m}}=\frac{1+m}{1-m}$$

$\rightarrow$ Nuevamente aplicamos la propiedad de proporciones:

$$\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{m}\right)+\left(\sqrt{x}-\sqrt{m}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{m}\right)-\left(\sqrt{x}-\sqrt{m}\right)}=\frac{(1+m)+(1-m)}{(1+m)-(1-m)}$$

$\rightarrow$ Reduciendo en ambos miembros: $\frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{m}}=\frac{2}{2m}$

$\rightarrow$ Despejando el valor de “x” tendremos:

$$x=\frac{1}{m}\quad\Rightarrow\quad x=\boxed{m^{-1}}$$ ***Rpta.***

12. Hallar el valor de “x” de la siguiente ecuación:

$10(a+b)(b+x)(a+x)+ab=10(a+b+x)(ab+ax+bx)$

a) 1/10 b) 10 c) ab

d) $a+b$ e) $a-b$

Resolución:

$\rightarrow$ Seleccionando en la ecuación dada:

$10(a+b)\underbrace{(b+x)(a+x)}+ab=10(a+b+x)(ab+\underbrace{ax+bx})$

$\rightarrow$ Multiplicando y factorizando en las expresiones indicadas se tendrá:

$10(a+b)\left[x^2+(a+b)x+ab\right]+ab=10(a+b+x)\left[ab+(a+b)x\right]$

...(β)

$\rightarrow$ Veamos que la expresión “$a+b$” se repite, entonces esto sugiere hacer el siguiente cambio de variable: $a+b=n\quad\cdots(\beta)$

$\rightarrow$ Reemplazando "β" en "α":

$$10n\left(x^2+nx+ab\right)+ab=10(n+x)(ab+nx)$$

$\rightarrow$ Efectuando la multiplicación indicada en cada miembro, obtendremos:

$$10nx^2+10n^2x+10nab+ab=10nab+10n^2x+10abx+10nx^2$$

$\rightarrow$ Transponiendo términos semejantes, se obtiene:

$ab=10abx$

$\rightarrow$ Simplificando y despejando, se obtiene:

$$x=\boxed{\frac{1}{10}}$$ ***Rpta.***

13. Indicar una de las soluciones de la ecuación:

$$\frac{\sqrt{2a+3bx+\sqrt{23abx+b^2\sqrt{x}}}}{\sqrt{2a}}=1+\sqrt{\frac{3bx}{2a}}$$

a) $\frac{b}{a}$ b) $\frac{a}{b}$ c) $\frac{a^2}{b^2}$

d) $\frac{b^2}{a^2}$ e) ab

Resolución:

$\rightarrow$ Realizando operaciones en ambos miembros:

$$\frac{\sqrt{2a+3bx+\sqrt{23abx+b^2\sqrt{x}}}}{\sqrt{2a}}=\frac{\sqrt{2a}+\sqrt{3bx}}{\sqrt{2a}}$$

$\rightarrow$ Simplificando los denominadores:

$$\sqrt{2a+3bx+\sqrt{23abx+b^2\sqrt{x}}}=\sqrt{2a}+\sqrt{3bx}$$

$\rightarrow$ Elevando al cuadrado a ambos miembros:

$$2a+3bx+\sqrt{23abx+b^2\sqrt{x}}=2a+2\sqrt{6abx}+3bx$$

$\rightarrow$ Eliminado términos semejantes:

$$\sqrt{23abx+b^2\sqrt{x}}=2\sqrt{6abx}$$

$\rightarrow$ Nuevamente elevando al cuadrado a ambos miembros: $23abx+b^2\sqrt{x}=4(6abx)$

$\rightarrow$ Transponiendo términos: $b^2\sqrt{x}=abx$

$\rightarrow$ Simplificando: $b\sqrt{x}=ax$

$\rightarrow$ Transformando el segundo miembro:

$$b\sqrt{x}=a\sqrt{x}^2$$

$\rightarrow$ Simplificando: $\frac{b}{a}=\sqrt{x}$

$\rightarrow$ Elevando al cuadrado a ambos miembros:

$$x=\boxed{\frac{b^2}{a^2}}$$ ***Rpta.***

14. Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{\left(x\sqrt{x}-8\right)\left(x-\sqrt{x}-6\right)}{x\sqrt{x}-x-2\sqrt{x}-12}=6$$

a) 2 b) 10 c) 4

d) 3 e) 6

Resolución:

$\rightarrow$ Para empezar el valor de "x" deberá ser: "$x \geq 0$", y podemos expresar la ecuación de la siguiente manera:

$$\frac{\left(\sqrt{x}^3-2^3\right)\left(\sqrt{x}^2-\sqrt{x}-6\right)}{\left(\sqrt{x}^3-2^3\right)-\left(\sqrt{x}^2+2\sqrt{x}+4\right)}=6 \quad \cdots(\alpha)$$

$\rightarrow$ Recordando la diferencia de cubos:

$$\sqrt{x}^3-2^3=\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}^2+2\sqrt{x}+4\right) \quad \cdots(\beta)$$

$\rightarrow$ También por aspa simple:

$$\sqrt{x}^2-\sqrt{x}-6=\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+2\right) \quad \cdots(\gamma)$$

$\rightarrow$ Luego reemplazando (β) y (γ) en (α), se obtendrá:

$$\frac{\left(\sqrt{x}^3-2^3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\underbrace{\left(\sqrt{x}^2+2\sqrt{x}+4\right)}-\underbrace{\left(\sqrt{x}^2+2\sqrt{x}+4\right)}}=6$$

$\rightarrow$ Factorizando lo indicado:

$$\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}^2+2\sqrt{x}+4\right)\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}^2+2\sqrt{x}+4\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=6$$

$\rightarrow$ Simplificando factores semejantes:

$$\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)=6$$

$\rightarrow$ Reduciendo por diferencia de cuadrados el 1er, miembro: $x-4=6$

$\rightarrow$ Finalmente: $x = \boxed{10}$ ***Rpta.***