EJERCICIOS RESUELTOS DE ECUACIONES EXPONENCIALES

1. Calcular el valor de "n" si se cumple:

$$\left(2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}\right)^n = 32$$

a) $\frac{3}{8}$ b) $-\frac{3}{8}$ c) $\frac{1}{8}$
d) $\frac{8}{3}$ e) $-\frac{8}{3}$

Resolución:

→ Utilizando las propiedades presentadas en el tema anterior para expresar el primer miembro en una misma base:

$$\left(\sqrt[8]{2^{15}}\right)^n = 32$$

$$2^{\frac{15n}{8}} = 2^5$$

→ Aplicando la propiedad de igualdad de bases:

$$\frac{15n}{8} = 5$$

$$n = \boxed{\frac{8}{3}} \quad \textbf{\textit{Rpta.}}$$

2. Hallar el valor de "x" en la siguiente igualdad:

$$\frac{5^{3x}}{25} = \left(\frac{1}{3}\right)^{3x-2}$$

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{5}{3}$ e) $\frac{7}{3}$

Resolución:

→ Expresemos en la misma base:

$$\frac{5^{3x}}{5^2} = \frac{1}{3^{3x-2}}$$

$$5^{3x-2} \cdot 3^{3x-2} = 1 \quad \Rightarrow \quad (5\cdot 3)^{3x-2} = 1$$

$$15^{3x-2} = 1$$

→ Bien hasta aquí, pero recordemos que debemos buscar bases iguales y si observamos aparentemente no se puede dar el caso, pero observen que $1 = 15^0$, con eso será suficiente para tener bases iguales:

$$15^{3x-2} = 15^0 \quad \Rightarrow \quad 3x-2=0$$

$$x = \boxed{\frac{2}{3}} \quad \textbf{Rpta.}$$

3. Hallar "x" en:

$$4^{x+1} + 4^{x-1} = 34$$

a) $\frac{3}{2}$ b) $-\frac{3}{2}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{5}{2}$

Resolución:

→ Factorizando, en el primer miembro:

$$4^{x-1}\left(4^2+1\right) = 34 \quad \Rightarrow \quad 4^{x-1}(17) = 34$$

→ Simplificando: $4^{x-1} = 2$

→ Ahora debemos buscar bases iguales:

$$4^{x-1} = 4^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad x-1 = \frac{1}{2}$$

$$x = \boxed{\frac{3}{2}} \quad \textbf{Rpta.}$$

4. Hallar "x" si:

$$\sqrt[x-1]{\sqrt[3]{2^{3x-1}}} - \sqrt[3x-7]{8^{x-3}} = 0$$

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{3}$
d) $\frac{5}{3}$ e) $\frac{7}{3}$

Resolución:

→ Realizando las operaciones necesarias:

$$\sqrt[3x-3]{2^{3x-1}} = \sqrt[3x-7]{2^{3x-9}}$$

$$2^{\frac{3x-1}{3x-3}} = 2^{\frac{3x-9}{3x-7}}$$

→ Aplicando la propiedad de bases iguales:

$$\frac{3x-1}{3x-3} = \frac{3x-9}{3x-7}$$

$$(3x-1)(3x-7) = (3x-9)(3x-3)$$

→ Efectuando:

$$9x^2 - 21x - 3x + 7 = 9x^2 - 9x - 27x + 27$$

$$-24x + 7 = -36x + 27$$

$$12x = 20 \quad \Rightarrow \quad x = \boxed{\frac{5}{3}} \quad \textbf{Rpta.}$$

5. El valor de "a" en: $a^{a^{12}} = \sqrt[6]{2}$

a) $\sqrt[6]{2}$ b) $\sqrt[12]{2}$ c) $\sqrt[4]{2}$
d) $\sqrt[4]{3}$ e) $\sqrt[8]{6}$

Resolución:

→ Para este problema aplicaremos la siguiente propiedad:

$$a^a = b^b \quad \Rightarrow \quad a = b$$

→ Pero antes de todo será necesario elevar ambos miembros a la "12"

$$\left(a^{a^{12}}\right)^{12} = \left(\sqrt[6]{2}\right)^{12}$$

$$\left(a^{a^{12}}\right)^{12} = \left(\sqrt[6]{2}\right)^{12}$$

$$\left(a^{12}\right)^{a^{12}} = 2^2 \quad \text{Luego: } a^{12} = 2$$

$$a = \boxed{\sqrt[12]{2}} \quad \textbf{Rpta.}$$

NOTA

Permutación

$$\left(a^n\right)^m = \left(a^m\right)^n$$

6. Hallar "x" si:

$$x^{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

a) 3^{-8} b) 3^{-9} c) 3^{-10}
d) 3^{-12} e) 3^{-15}

Resolución:

→ Siguiendo el criterio del problema anterior:

$$x^{x^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

→ Elevemos a la "$\frac{1}{3}$", a ambos miembros:

$$\left[x^{x^{\frac{1}{3}}}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[x^{x^{\frac{1}{3}}}\right]^{\frac{1}{3}} = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{3}}$$

Continuando:

$$\left[x^{\frac{1}{3}}\right]^{x^{\frac{1}{3}}} = \left[\frac{1}{3}\right]^{\frac{1}{9}\cdot\frac{3}{3}}$$

$$\left[x^{\frac{1}{3}}\right]^{x^{\frac{1}{3}}} = \left[\frac{1}{27}\right]^{\frac{1}{27}} \quad \text{Entonces: } \boxed{x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{27}}$$

$$\text{Luego: } x^{\frac{1}{3}} = 3^{-3}$$

$$x = \boxed{3^{-9}} \quad \textbf{Rpta.}$$

7. Si:

$$\begin{cases} x + y = 3^x & \cdots(\mathbf{I}) \\ 2^x(x+y) = 216 & \cdots(\mathbf{II}) \end{cases}$$

El valor: "y - x" es:

a) 11 b) 21 c) 31
d) 41 e) 51

Resolución:

→ Reemplazando "I" en "II"

$$2^x \cdot 3^x = 216 \quad \Rightarrow 6^x = 6^3 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

→ En "I" reemplazando este valor hallado:

$$3 + y = 3^3 \quad \Rightarrow \quad y = 24$$

→ Luego nos piden:

$$y - x = \boxed{21} \quad \textbf{Rpta.}$$

8. Calcular "x" si:

$$\sqrt[3]{\left(6^n \cdot 6^{2n^2}\right)^{8n+8}} = 6^x \cdot 36^{2x} \cdot 216^{3x} \cdots (\text{"n" factores})$$

a) 16 b) 14 c) 12
d) 10 e) 8

Resolución:

→ Expresando en la misma base:

$$6^x \cdot 6^{2^2 x} \cdot 6^{3^2 x} \cdots 6^{n^2 x} = \sqrt[3]{\left(6^n \cdot 6^{2n^2}\right)^{8n+8}}$$

$$6^{x\left(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2\right)} = 6^{\frac{n(2n+1)8(n+1)}{3}}$$

NOTA

Suma de cuadrados

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Luego:

$$\frac{xn(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{n(2n+1)8(n+1)}{3}$$

→ Simplificando:

$$x = \boxed{16} \quad \textbf{Rpta.}$$

9. Si: $3^{-x} = 4^{-1}$

Entonces: 9^{2x} es igual a:

a) 64 b) 36 c) 243
d) 256 e) 81

Resolución:

→ Trabajando en la condición:

$$\left(3^{-x}\right)^{-1} = \left(4^{-1}\right)^{-1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{3^x = 4}$$

→ Luego nos piden:

$$9^{2x} = \left(3^2\right)^{2x} = 3^{4x} = \left(3^x\right)^4$$

$$9^{2x} = 4^4 = \boxed{256} \quad \textbf{Rpta.}$$

10. Resolver la ecuación exponencial:

$$x^{x^{\sqrt[4]{x}+0,25}} = \left[\sqrt[2^{\sqrt{2}}]{\frac{1}{2}}\right]^{\sqrt{2}}$$

a) 0,5 b) 0,25 c) 0,125

d) $\sqrt{2}$ e) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Resolución:

→Haciendo transformaciones en el primer y segundo mimbro:

$$x^{x^{\sqrt[4]{x}}.x^{\frac{1}{4}}} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\right]^{\frac{1}{2^{\sqrt{2}}}}$$

$$x^{x^{\sqrt[4]{x}}\cdot\sqrt[4]{x}} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\right]^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}}$$

$$\left(x^{\sqrt[4]{x}}\right)^{x^{\sqrt[4]{x}}} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\right]^{\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}}$$

→Ahora resolviendo por analogía:

$$x^{\sqrt[4]{x}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$$

→ Extrayendo $\sqrt[4]{\;}$ en ambos miembros:

$$\sqrt[4]{x}^{\sqrt[4]{x}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\sqrt{2}}{4}}$$

$$\sqrt[4]{x}^{\sqrt[4]{x}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\sqrt[4]{x}^{\sqrt[4]{x}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\sqrt[4]{x}^{\sqrt[4]{x}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \Rightarrow \sqrt[4]{x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{4} = \frac{1}{4} = \boxed{0,25}$$ **Rpta.**